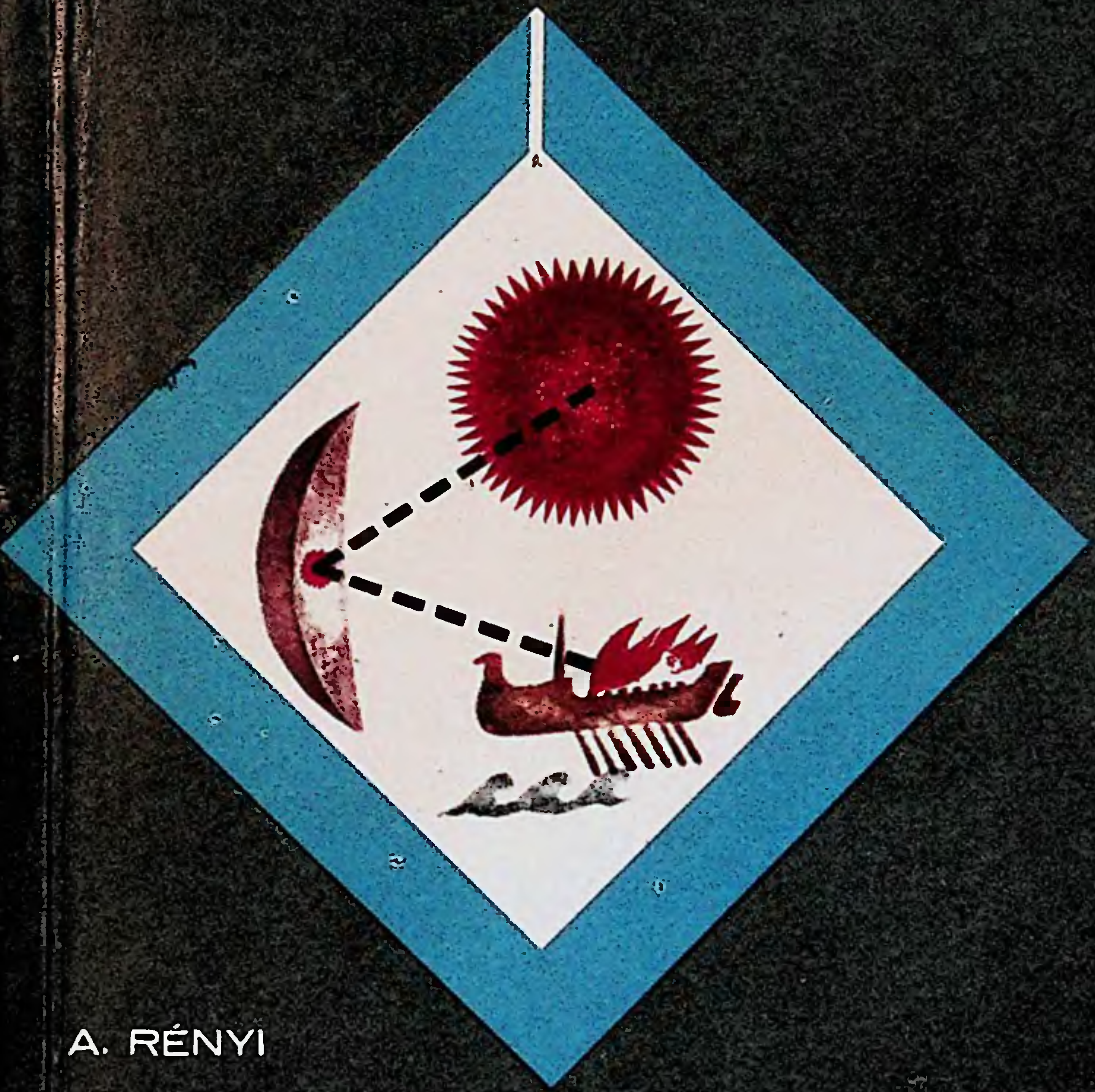
M
MATEMATICĂ

ENCICLOPEDIA DE BUZUNAR



A. RÉNYI

Dialoguri despre matematică

M

MATEMATICĂ - ENCICLOPEDIA DE BUZUNAR

A. RÉNYI

Dialoguri despre matematică

EDITURA ŞTIINŢIFICĂ • BUCUREŞTI, 1967

TRADUCERE DE E. TÒTH

COPERTA COLECȚIEI: T. MIRONESCU

Alfréd Rényi
Dialógusok a matematikáról
© Akadémiai Kiadó
Budapest, 1965

Despre autor

Născut în 1921, la Budapesta, profesorul A. Rényi a fost inițiat în cercetarea matematică de către L.Fejèr, celebru în urma rezultatelor sale obținute în teoria seriilor trigonometrice.

În 1945 obține titlul de doctor, cu o teză susținută în fața lui F. Riesz, unul din matematicienii de cea mai mare influență din primele decenii ale secolului nostru. Teza tratează o problemă din domeniul funcțiilor de variabilă complexă. În 1946—1947 A. Rényi studiază la Leningrad, dedicîndu-se acum dificilei „regine a matematicii": teoria numerelor. Obține titlul de candidat în științe cu o teză susținută sub conducerea prof. Linnik. Rezultatul principal, conținut în teză, — așa-numita „teoremă cvasi-Goldbach" — i-a adus în scurt timp celebritatea, ulterior, ea a fost distinsă cu Premiul de stat „Kossuth". Conjectura lui Goldbach, enunțată în secolul al XVIII-lea— una din cele mai importante și intrigante probleme nerezolvate ale matematicii, susține că orice număr par poate fi descompus într-o sumă de cel mult două numere prime. Conjectura lui Goldbach a fost verificată empiric pînă la numere foarte mari — fără ca un contraexemplu să fi apărut. Disertația lui A. Rényi demonstrează un rezultat important privind numerele pare: *orice număr par poate fi reprezentat ca o sumă compusă dintr-un număr prim și un alt număr compus — numărul factorilor primi al acestuia din urmă fiind mai mic decît o constantă.* (Recent un tînăr matematician sovietic, Barban, a demonstrat că această constantă a lui Rényi este egală cu 4.) Teorema „cvasi-Goldbach", demonstrată

de A.Rényi, constituie pînă în prezent cel mai important rezultat în acest dificil domeniu — propoziția, care „aproximează" cel mai bine conjectura originală.

Din anul 1950 A.Rényi pătrunde într-un nou domeniu de investigații: calculul probabilităților și, ulterior, teoria informației și statistica matematică. Manualul său — apărut mai întîi în limba germană (*Wahrscheinlichkeitsrechnung, mit einem Anhang über Informationstheorie*, 1962) — a cunoscut o primire favorabilă în cercuri de specialiști și în învățămînt, fiind adoptat de numeroase universități. Nu-și părăsește însă nici preocupările de teoria numerelor, ci, cu un remarcabil spirit de sinteză, extinde metodele probabiliste asupra acestui domeniu. Datorită rezultatelor sale obținute în această interesantă zonă de interferență a două mari teorii matematice, A.Rényi a fost invitat în 1958 la Congresul Mondial de Matematică să susțină un referat despre stadiul cercetărilor în acest domeniu. De asemenea, a fost invitat la mai multe universități (Stanford, 1960; Michigan State University, 1961; Cambridge, 1964) ca *visiting professor*, ultima dată, în 1964, la Universitatea din Michigan, unde a ținut un ciclu de conferințe consacrat aplicațiilor calculului probabilităților în teoria numerelor. Este preocupat în continuare atît de latura aplicativă a calculului probabilităților (unde a obținut numeroase și fructuoase rezultate privind fizica, biologia, chimia și industria), cît și de problemele subtile ale fundamentării sale teoretice (memoriul său privind noua fundamentare axiomatică a teoriei probabilităților i-a adus — a doua oară — Premiul de Stat „Kossuth"). O altă lucrare a sa (citată adeseori) se referă la o nouă metodă în teoria eșantioanelor statistice; un însemnat ecou produce de asemenea o lucrare privind generalizarea sistemului de axiome al teoriei probabilității (pentru probabilități condiționate). Ca o consacrare internațională a acestei prodigioase activități, a fost ales vicepreședinte al prestigiosului Institut International de Statistique. În prezent este preocupat de fundarea — într-o manieră inedită — a statisticii matematice cu ajutorul teoriei informației; rezultatele obținute în acest domeniu au fost comunicate la un Symposium (1965) ținut la

Berkeley (California), precum și cu ocazia unei conferințe ținute la Universitatea din București (1966).

Am amintit aici doar cîteva, și cele mai cunoscute, din cele 156 de lucrări originale publicate de A. Rényi pînă în 1965.

În cele trei *Dialoguri despre matematică*, prezentate în lucrarea de față, avem ocazia să facem cunoștință cu problemele de filozofie și etică pe care le pune cercetarea matematică, și în general, știința.

E. TOTH

I

Dialog despre matematică

SOCRATE

Cu ce treburi pe aici, dragul meu Hipocrate? Pe cine cauți?

HIPOCRATE

Pe cine să mai caut? Pe nimeni! Doar te-am găsit! Pînă adineauri însă, te căutam pe tine: mai întîi la Liceu, apoi în agora. Acolo mi s-a spus că ai fost văzut plimbîndu-te pe aici, pe malurile Ilisului. Iată, am venit acum, aici, după tine.

SOCRATE

Foarte bine. Atunci, spune-mi degrabă, te rog, ce anume te-a făcut să vii la mine; nu mă lăsa pradă curiozității. După asta vreau și eu să te mai întreb; îmi stă ceva pe suflet încă de atunci, de cînd am stat împreună de vorbă cu Protagoras. Îți mai amintești convorbirea?

HIPOCRATE

Se poate! Tocmai eu să nu-mi amintesc? Aș spune că n-a trecut o zi, fără să mă fi gîndit la ea. De altfel, chiar de aceea vin la tine: pentru că mă frămîntă mereu convorbirea noastră de atunci.

SOCRATE

Atunci, pe cît se pare, dragul meu Hipocrate, din două lucruri a rezultat unul singur: de vreme ce și tu vrei să vorbești cu mine despre același lucru pe care eu voiam să-l discut cu tine. Și mai îndrăznesc matematicienii să spună că doi nu pot fi niciodată unu!

HIPOCRATE

Socrate, îmi citești gîndurile! Căci eu tocmai despre matematici vreau să mă întreţin cu tine.

SOCRATE

Totuşi, dragul meu, știi prea bine că nu sînt matematician; de ce ai venit tocmai la mine în loc să te adresezi învăţatului Theodoros?

HIPOCRATE

Spune-mi, Socrate, cum se poate să-mi răspunzi la o întrebare mai înainte ca eu să ţi-o fi pus? Am venit special la tine pentru a te consulta în legătură cu intenția mea de a deveni elevul lui Theodoros. Pentru că, atunci cînd mi-am exprimat dorința de a deveni elev al lui Protagoras, tu m-ai dus la el, dar ai condus cu atîta viclenie convorbirea noastră, încît a devenit mai clar ca lumina zilei că Protagoras nu este în stare nici măcar să precizeze în ce constă acea știință pe care el, ca sofist, o predă elevilor săi; și mai departe a devenit, de asemenea, evident că nu știe nici la ce anume se referă această știință și la ce este ea bună. Mi-am schimbat așadar hotărîrea și nu am intrat în cercul său! Această convorbire mi-a arătat doar ce *nu* trebuie să fac; n-am căpătat însă ajutor pentru a descoperi ce anume trebuie să fac. De atunci mă frămîntă această chestiune! Deși, împreună cu alți băieți de o vîrstă cu mine, fac exerciţii de gimnastică, iau parte la petreceri, ospețe, și nu pot spune că nu-mi petrec timpul în mod plăcut, totuși aceste distracții nu mă satisfac. Mă frămîntă ideea că știu prea puţin; mai precis: tot ceea ce ştiu mi se pare incert şi nestabil. Mai ales mi-am dat seama — ascultînd convorbirea ta cu Protagoras — cît de puțin știu despre noțiuni cum ar fi de pildă *binele*, *frumosul*, *adevărul*, deşi mi se păruse că le-am pătruns semnificația. În timpul convorbirii, am înțeles un lucru: dîndu-mi seama cît de puţine știu, am învăţat și am cîștigat nespus de mult.

SOCRATE

Mă bucur, dragul meu Hipocrate, că m-ai înțeles atît de bine; de altfel intră în obiceiul meu să spun deschis că *nu ştiu eu însumi nimic, dar — spre deosebire de mulți alții —*

nici nu cred despre mine că știu anumite lucruri pe care în realitate nu le știu.

HIPOCRATE

De aici se vede, dragul meu Socrate, cu cît ești tu mai înțelept decît ceilalți. Pe mine însă acest gen de înțelepciune nu mă mulțumește. Trăiește în mine dorința, deosebit de puternică, de a dobîndi cunoștințe sigure și temeinice și nu voi găsi liniște pînă ce nu voi fi stăpîn pe ele! După discuția ta cu Protagoras a început să mă frămînte gîndul, cui să mă adresez, dacă nu are nici un rost să învăț de la sofiști, și ce fel de cunoștințe anume să-ncerc a-mi însuși. Nu demult am vorbit despre aceste lucruri cu Theaitetos și el m-a sfătuit să mă inițiez în științele matematice pe lîngă Theodoros, maestrul său, deoarece în toată Atena nu se găsește bărbat mai priceput decît acela în știința numerelor și a geometriei. Cunoștințele certe la care rîvnesc eu nu pot fi obținute, după părerea lui Theaitetos, decît în domeniul matematicii. Și am venit acum din nou la tine, fiindcă nu vreau să fiu pus iar în situația de atunci, cînd voiam să devin elevul lui Protagoras. Spune-mi deci, dragul meu Socrate, dacă mă fac elevul lui Theodoros, voi găsi eu oare ceea ce caut? Sau ți se pare că strădania mea este și de astă dată zadarnică?

SOCRATE

Tu mă prețuiești mai mult decît merit, dragul meu Hipocrate, de vreme ce pui asemenea întrebări. Ce pot să-ți spun mai mult decît atît: dacă vrei să te inițiezi în ale matematicii, nu poți găsi un maestru mai desăvîrșit decît prietenul meu, excelentul Theodoros. Dar numai tu singur poți decide dacă este sau nu potrivită opțiunea ta de a studia matematicile; pentru că numai tu ești în măsură să știi precis la ce rîvnești.

HIPOCRATE

Socrate, dragul meu, cu ce te-am supărat că nu vrei să-mi fii de ajutor? Dacă te-am necăjit cu ceva, fără voia mea, spune-mi deschis, ca să te pot îndupleca!

SOCRATE

M-ai înțeles greșit Hipocrate, nu este vorba de nici o supărare, dar îmi ceri un lucru care se dovedește a fi cu neputință. Cum aș putea eu hotărî în locul tău ce ai de făcut? Fiecare trebuie să hotărască singur în asemenea împrejurări. *Eu nu pot, cel mult, decît să-ți fiu de ajutor ca o moașă, în luarea hotărîrilor tale.*

HIPOCRATE

Te rog, nu-mi refuza acest ajutor și, dacă nu ai altceva de făcut, să ne și apucăm de treabă.

SOCRATE

Ei bine, fie: iată, acolo-i un platan înalt. Să ne așezăm la umbra lui și să-ncepem. Dar, spune-mi: ești de acord să discuți cum îmi place mie: eu să pun numai întrebări, iar tu să răspunzi numai? Și nu vei uita că cel mai mare folos dintr-o asemenea discuție nu poate fi decît acela de a reuși să vezi mai clar ceea ce cunoșteai și dinainte și, în consecință, vei putea ajunge pe această cale la cunoștințe, care — cel puțin în germene — existau în mintea ta? Nu te vei purta oare ca și Darius, care a poruncit executarea maestrului său miner pentru că acesta a adus la suprafață numai cupru, dintr-o mină în care regele crezuse că este aur? Regele a uitat, desigur, că minerul nu poate scoate la suprafață, din nici o mină, altceva decît ceea ce se găsește în interiorul ei. Sper că tu nu vei cădea victima unei asemenea erori.

HIPOCRATE

Pe Zeus! Socrate. N-am să-ți fac nici o mustrare; dar te rog nu mai lungi acum vorba; să ne apucăm îndată de săpat pentru a deschide galeriile ce duc în interiorul minei noastre.

SOCRATE

Bine, fie precum dorești. Răspunde-mi atunci înainte de toate la următoarea întrebare: știi tu oare ce este matematica? Pentru că bănuiesc că știi ce este acel lucru pe care dorești să-l cunoști.

HIPOCRATE

Cred că orice copil știe să răspundă la întrebarea ta. Matematica este o știință, și anume nu o știință oarecare, ci una din cele mai distinse!

SOCRATE

Pentru ca să poți înțelege ce este neclar pentru mine, să vorbim mai întîi despre o altă știință, de exemplu despre știința medicinii. Oare văd eu corect lucrurile cînd afirm că medicina este știința bolii și a sănătății și că scopul ei constă în a vindeca pe cei bolnavi și a menține sănătatea celor sănătoși?

HIPOCRATE

Așa este.

SOCRATE

Dar numai medicii știu (și chiar ei încă prea puțin) ce fel de boli există, cum pot fi deosebite una de alta și cum se pot vindeca. În schimb, orice copil știe care este obiectul medicinii și ce urmărește ea. Mie mi se pare însă că în cazul matematicii lucrurile nu sînt chiar atît de simple.

HIPOCRATE

Explică-mi, Socrate, ce deosebire este între aceste două științe. Mie nu-mi este destul de clară deosebirea.

SOCRATE

Ei bine, gîndește-te: știința medicinii se ocupă cu ceva care există, sau cu un lucru care nu există? Ar exista oare bolnavi chiar dacă nu ar exista medici?

HIPOCRATE

Ar exista desigur. Ba chiar mai mulți.

SOCRATE

Să cercetăm acum o altă știință sau o altă meserie. Gîndește-te bine prietene, este corect cînd afirm că astronomul cercetează stelele?

HIPOCRATE

Zici bine.

SOCRATE

Dar dacă pun întrebarea: astronomii se ocupă de ceva care există sau de un lucru care nu există — ce mi-ai răspunde?

HIPOCRATE

Că ei se ocupă de ceea ce există.

SOCRATE

Ar exista stele chiar dacă nu ar exista astronomi?

HIPOCRATE

Fără îndoială. Ba mai mult, dacă mînia lui Zeus ar nimici omenirea, stelele ar continua să strălucească, în mod cert, pe firmament. Dar de ce vorbim de astronomi și nu de matematicieni?

SOCRATE

Nu fii atît de nerăbdător, prietene. Înainte de a trece la matematică să examinăm alte cîteva științe și meșteșuguri, pentru a compara apoi matematica și activitatea matematică cu acestea. Cum l-ai numi tu pe acela care cercetează animalele și plantele, pe acela care știe ce fel de ființe populează pădurea și adîncurile mării?

HIPOCRATE

L-aș numi „cercetător al naturii vii"

SOCRATE

Și, ești de acord cu mine, cînd spun că și acest om cercetează ceea ce există în natură?

HIPOCRATE

Cu totul de acord.

SOCRATE

Și cum ai numi tu pe acela, care studiază minereurile și care știe din ce se poate extrage fierul?

HIPOCRATE

L-aș numi cunoscător al minereurilor.

SOCRATE

Acum să-mi spui însă: oare un asemenea om cercetează și el ceva existent, priceperea sa referindu-se la acest domeniu, sau, dimpotrivă, cercetează ceva inexistent?

HIPOCRATE

Desigur ceva existent.

SOCRATE

Putem afirma deci că toate științele se ocupă cu ceea ce există?

HIPOCRATE

Pe cît se pare putem face liniștiți o asemenea afirmație.

SOCRATE

Dacă este așa, spune-mi atunci, dragul meu Hipocrate, ce obiect anume cercetează matematicianul?

HIPOCRATE

Și eu am pus această întrebare lui Theaitetos: el mi-a răspuns, că matematicianul se ocupă cu numerele și cu formele geometrice.

SOCRATE

Bine a răspuns Theaitetos, eu însumi nu puteam da un răspuns mai bun. Dar gîndește-te, se poate, oare, afirma că numerele și formele sînt lucruri existente?

HIPOCRATE

Cred că se poate, deoarece dacă nu ar exista, cum s-ar mai putea vorbi despre ele?

SOCRATE

Bine zici, dar pe mine mă supără totuși ceva. Ia spune-mi, numerele prime există oare în același fel ca și stelele sau peștii? Dacă nu ar exista matematicieni, ar exista oare numere prime?

HIPOCRATE

Acum încep să înțeleg încotro mă duci. Îmi dau seama de fapt că lucrurile nu sînt chiar atît de simple cum am crezut eu, deoarece într-adevăr nu știu ce să răspund la întrebarea pusă de tine.

SOCRATE

Atunci să formulez astfel întrebarea: nu-i așa că stelele se află pe cer chiar și atunci cînd nimeni nu le supune observației, iar peștii înoată în mare chiar și atunci cînd nu-i pescuiește nimeni (indiferent în ce scop: pentru a-i mînca sau pentru a-i studia).

HIPOCRATE

Așa este.

SOCRATE

Dar unde ar fi numerele prime dacă matematicianul nu le-ar studia?

HIPOCRATE

Într-adevăr, nu ar fi nicăieri, deoarece atunci cînd matematicienii meditează asupra numerelor prime, ele se află numai în mintea lor, și astfel, dacă nu se gîndește nimeni la numerele prime, atunci nici acestea nu pot exista nicăieri.

SOCRATE

Putem afirma, în consecință, că matematicienii se ocupă de lucruri care nu ar exista fără ei?

HIPOCRATE

Așa s-ar părea.

SOCRATE

Dacă spun, așadar, că matematicienii cercetează ceva ce nu există — cel puțin nu există în același fel ca stelele sau peștii — spun oare adevărul?

HIPOCRATE

Fără îndoială.

SOCRATE

Așteaptă puțin, să nu ne pripim cu răspunsul. Ai cumva la tine o tăbliță cerată?

HIPOCRATE

Iat-o.

SOCRATE

Atunci fii puţin atent. Scriu pe această tăbliţă cerată un număr, să spunem 29; acesta există, nu-i aşa?

HIPOCRATE

Există într-adevăr. Doar îl vedem; îl putem chiar pipăi.

SOCRATE

Dar numerele în acest caz sînt totuşi lucruri existente?

HIPOCRATE

Vrei să mă păcăleşti, dragă Socrate! Priveşte, am desenat pe aceeaşi tăbliţă cerată un leu şi un balaur cu şapte capete. Ambele desene pot fi văzute pe tăbliţă, şi totuşi de existat nu există decît leul, în timp ce balaur cu şapte capete nu există. Eu cel puţin nu am văzut pînă acum un asemenea balaur şi nici n-am întîlnit vreun om (chiar printre cei mai bătrîni) care să fi văzut balaur. Dar dacă aş greşi şi dacă balauri cu şapte capete ar exista totuşi dincolo de Coloanele lui Hercule, existenţa lui nu s-ar datora nici atunci faptului că eu am desenat unul din imaginaţie pe această tăbliţă de ceară. Dacă ar exista balauri, atunci ei ar exista chiar dacă eu nu aş fi desenat unul aici pe tăbliţă.

SOCRATE

Bine spui Hipocrate! După cum văd, ai nimerit adevărul. Aşadar, faptul că putem vorbi despre numere şi că le putem scrie, nu înseamnă că ele ar exista într-adevăr.

HIPOCRATE

Desigur. Cel puţin ele nu ar exista în acelaşi fel ca leii sau ca stelele.

SOCRATE

Să nu trecem totuşi atît de uşor peste acestea, deoarece mai este ceva care nu este limpede pentru mine. Nu-i aşa că putem număra oile aici pe cîmp, sau corăbiile în portul Pireu?

HIPOCRATE

Desigur, le putem număra.

SOCRATE

Dar oile și corăbiile sînt fără îndoială lucruri existente?

HIPOCRATE

Firește.

SOCRATE

Dar dacă oile există, nu există atunci și numărul lor? Mie mi se pare acum că matematicienii se ocupă totuși cu ceva existent.

HIPOCRATE

Din nou vrei să mă amăgești, Socrate; dar eu nu mă las! Doar matematicienii nu se ocupă cu numărarea oilor, asta-i treaba păstorilor. Și numărătoarea nici nu cere cine știe ce înțelepciune.

SOCRATE

Adică spui tu că matematicianul nu se ocupă cu numărarea oilor sau a corăbiilor, ci doar cu numerele; că el nu se ocupă așadar cu numărarea unor lucruri existente, ci cercetează numerele înseși și astfel se îndeletnicește cu ceva ce nu există cu adevărat, decît în gîndirea sa.

HIPOCRATE

Pe cît se pare așa stau lucrurile.

SOCRATE

Dacă îmi aduc bine aminte, ai spus adineaori că după Theaitetos matematicienii se ocupă cu numere și forme geometrice. Dar să nu ne pripim cu concluzia; întîi să examinăm mai bine dacă în privința formelor întîlnim aceeași situație ca și în cazul numerelor sau nu. Dacă pun întrebarea: există oare forme, tu ce-mi răspunzi?

HIPOCRATE

Îți răspund că există; toată lumea spune doar despre un vas reușit că are o formă frumoasă. Forma poate fi văzută cu ochiul și pipăită cu mîna, tocmai de aceea cred că putem afirma, fără teamă, că ea există.

SOCRATE

Hipocrate, dragul meu, ai vorbit foarte frumos! Atît de frumos, încît ai reușit aproape să mă convingi. Mai este însă ceva care mă neliniștește.

HIPOCRATE

Ce anume, dragă Socrate? Greșit-am oare din nou?

SOCRATE

Judecă singur. Cînd vezi un vas, ce vezi tu de fapt? Vasul însuși sau forma lui?

HIPOCRATE

Pe amîndouă.

SOCRATE

Oare lucrurile ar sta la fel ca atunci cînd privești o oaie: vezi oaia însăși și vezi și blana oii?

HIPOCRATE

Comparația mi se pare foarte nimerită.

SOCRATE

Mie mi se pare însă că această comparație șchioapătă, ca Hefaistos. Pentru că poți tunde blana oii și poți vedea oaia, separat, fără blană, după cum poți vedea separat blana oii. Poți oare despărți în mod analog vasul de forma vasului?

HIPOCRATE

Eu nu; dar nici altcineva.

SOCRATE

Mai susții după toate astea că formele geometrice pot fi văzute?

HIPOCRATE

Încep să mă îndoiesc.

SOCRATE

Mie mi se pare acum că forma vasului nu poate exista despărțită de vas. Dar spune-mi: dacă matematicienii se ocupă într-adevăr cu forma vaselor nu ar fi mai nimerit să fie numiți olari?

HIPOCRATE

Fără îndoială că da.

SOCRATE

Dacă matematicienii s-ar ocupa cu formele vaselor atunci Theodoros ar fi cel mai bun olar, deoarece el este cel mai priceput în domeniul formelor geometrice. Eu cred însă că el nu ar fi în stare să facă nici măcar o ceașcă.

HIPOCRATE

Mulți mi-au vorbit cu cuvinte de laudă despre Theodoros, și tocmai de aceea vreau să devin elevul său, dar într-adevăr nimeni nu mi-a spus că s-ar pricepe și la olărit.

SOCRATE

Sau să formulăm altfel: matematicienii se ocupă ei oare cu formele edificiilor, ale coloanelor sau ale statuilor? Atunci ei ar fi arhitecți sau sculptori.

HIPOCRATE

Ai dreptate.

SOCRATE

Așadar, dragă Hipocrate, mi se pare că matematicienii nu se ocupă cu formele lucrurilor existente, ci cu formele însești, fără să se intereseze ce fel de obiecte posedă asemenea forme. Matematicienii se ocupă, așadar, cu formele nu în calitatea lor de obiecte vizibile, tangibile, deci nu în calitatea lor de obiecte existente în sensul comun, obișnuit al cuvîntului, ci cu forme existente numai în gîndirea lor. Și tu vezi lucrurile în acest fel?

HIPOCRATE

Acum văd și eu așa.

SOCRATE

Acum, după ce am convenit că matematica nu se ocupă cu lucruri existente ci numai cu lucruri gîndite, să examinăm afirmația făcută de Theaitetos prin care susține că matematica oferă un grad mai înalt de certitudine și infailibilitate ca oricare altă știință. Spune-mi prietene, Theaitetos a citat și exemple sau a vorbit numai așa în general?

HIPOCRATE

Cum să nu! Şi încă exemple deosebit de clare şi simple, aşa că pe mine a reuşit să mă convingă cu desăvîrşire.

SOCRATE

Ai putea să-mi citezi şi tu cîteva exemple, să mai învăţ şi eu ceva?

HIPOCRATE

Am să încerc. Dar dacă nu-mi amintesc bine şi ţi le voi reda greşit nu-l judeca, te rog pe Theaitetos, ci pe mine.

SOCRATE

Spune fără grijă.

HIPOCRATE

De exemplu, a spus că nu sîntem în stare să spunem cu certitudine cît de departe este Sparta de Atena. Cît priveşte durata drumului în zile, toată lumea care a parcurs vreodată această cale este oarecum de acord; dar punem întrebarea: cîţi paşi are calea întreagă? Iată ceva ce nu mai poate fi stabilit. Oricît de exact ar măsura cineva această distanţă, de exemplu cu o frînghie de măsurat, măsurătoarea nu ar fi cu desăvîrşire exactă. Şi dacă s-ar mai măsura o dată distanţa, ar exista cu siguranţă o abatere între cele două rezultate. În schimb, de la Pitagora încoace putem spune cu exactitate cît de lungă este diagonala patratului: în această privinţă toată lumea care a înţeles despre ce este vorba, este de acord.

SOCRATE

Bine a zis Theaitetos, şi la rîndul tău, şi tu ai redat fidel cuvintele sale, judecînd — cel puţin — după caracterul deosebit de convingător al expunerii tale. Dar a mai pomenit Theaitetos şi altfel de exemple?

HIPOCRATE

Să mă mai gîndesc puţin. Da, am găsit! A mai spus că nu se poate determina cu exactitate cîţi oameni trăiesc în Elada, pentru că dacă am încerca să-i numărăm, în timpul numărătorii s-ar mai naşte o mulţime de copii, ar muri o mulţime de bătrîni, ar pleca şi ar sosi corăbii — aşa că la o asemenea întrebare s-ar putea da numai un

răspuns foarte inexact și aproximativ. În schimb, dacă matematicianul este întrebat cîte muchii are un dodecaedru, el este în stare să dea la această întrebare un răspuns care nu poate fi supus îndoielii, și anume: deoarece dodecaedrul este mărginit de douăsprezece pentagoane, fiecare dintre acestea avînd cîte cinci laturi, dar fiecare latură aparținînd la cîte două fețe învecinate — rezultă că dodecaedrul are în total 30 de muchii.

SOCRATE

A mai dat și alt exemplu?

HIPOCRATE

A mai înșirat o mulțime, nici n-am fost în stare să le rețin pe toate. De exemplu, a spus că nu există în realitate două lucruri absolut identice. Coloanele templului lui Poseidon seamănă foarte mult între ele — totuși nu sînt cu desăvîrșire la fel. Nu există nici două ouă care să fie perfect identice. În schimb cele două diagonale ale unui dreptunghi sînt în mod cert la fel de lungi, nici o diferență nu există între ele. De asemenea, sînt egale între ele și unghiurile de la baza unui triunghi isoscel. A mai spus, de asemenea, și că, precum a arătat Heraclit, tot ce există se schimbă, și cunoștințe certe și sigure nu putem avea decît despre lucrurile neschimbătoare, cum sînt de pildă parul și imparul, cercul și dreapta.

SOCRATE

Atîtea exemple vor fi suficiente. Și pe mine m-a convins Theaitetos că în matematică putem într-adevăr dobîndi cunoștințe sigure despre lucruri, în opoziție cu viața de toate zilele sau cu celelalte științe. Să încercăm acum să tragem o concluzie. Ar părea deci că matematica se ocupă cu lucruri inexistente și că despre acestea se pot enunța adevăruri certe, care nu pot fi supuse discuției; așa s-ar putea exprima pe scurt tot ce am reușit să stabilim pînă acum în baza unei analize circumspecte și temeinice. Nu-i așa? Sau m-am exprimat eu oare prost?

IPOCRATE

Pe Zeus, ai spus foarte bine.

SOCRATE

Spune-mi dar, dragul meu Hipocrate, nu ţi se pare misterios că, în consecinţă, dispunem de cunoştinţe mai extinse şi mai sigure cu privire la cele inexistente decît la cele existente?

HIPOCRATE

Da, este deosebit de straniu şi într-adevăr nu înţeleg cum este posibil aşa ceva. Nu văd nici o eroare în argumentaţia noastră şi, totuşi, cred că am greşit undeva în raţionamentele noastre, dar nu ştiu unde.

SOCRATE

Am controlat temeinic fiecare pas al argumentării noastre, am examinat chestiunea sub mai multe aspecte: aici nu poate exista nici o eroare. Dar stai puţin; chiar acum mi-a venit o idee, care ar putea să ne ajute în rezolvarea misterului.

HIPOCRATE

Spune-mi repede, nesiguranţa mă chinuie.

SOCRATE

Azi-dimineaţă am fost în sala celui de-al doilea arhonte, unde tocmai avea loc un proces; soţia unui dulgher din comuna Pitthos era acuzată că şi-ar fi înşelat soţul şi că, împreună cu amantul ei, l-ar fi omorît. Femeia a negat cu înverşunare şi se tot jura pe Artemis şi pe Afrodita că nu a iubit niciodată pe altcineva decît pe soţul ei şi că acesta a fost omorît de nişte tîlhari. Au fost audiaţi o serie de martori: unii au afirmat că femeia este vinovată, alţii au susţinut că femeia este nevinovată. Care a fost însă adevărul — nu a putut fi stabilit.

HIPOCRATE

Nu e frumos din partea ta, Socrate, ca după ce m-ai încurcat de-a binelea acum, în loc să mă ajuţi să găsesc adevărul, mă întreţii cu fel de fel de istorioare. Sau vrei oare să-ţi baţi joc de mine?

SOCRATE

Nu te necăji, dragul meu Hipocrate, am motive serioase să-ţi vorbesc despre această femeie, a cărei vinovăţie sau

nevinovăţie nu a putut fi stabilită. Un lucru poate fi însă susţinut cu certitudine, şi anume că ea exista, deoarece eu am văzut-o cu ochii mei, şi nu numai eu ci şi toţi aceia care erau prezenţi în sala celui de-al doilea arhonte. Îţi pot indica numele unui număr însemnat de bărbaţi cinstiţi şi demni de încredere, care nu ar minţi nici chiar în vis.

HIPOCRATE

Nu este nevoie, dragă Socrate, eu mă mulţumesc cu tine, ca martor, dar te implor, spune-mi o dată, ce are a face femeia inculpată cu ceea ce discutăm noi.

SOCRATE

Mai mult decît ai crede. Dar spune-mi cunoşti istoria lui Agamemnon şi a Clitemnestrei?

HIPOCRATE

Cine n-o cunoaşte? Anul trecut am asistat doar la reprezentarea trilogiei lui Eschil la teatru.

SOCRATE

Spune-mi atunci, dar numai în esenţă, subiectul ei.

HIPOCRATE

În timp ce Agamemnon, regele Argosului, lupta, vreme de zece ani, sub zidurile Troiei, soţia sa, Clitemnestra, a comis un adulter cu Egist, vărul soţului ei. Cînd Agamemnon, după distrugerea Troiei, s-a întors acasă, Clitemnestra l-a omorît cu ajutorul amantului ei.

SOCRATE

Dar, spune-mi dragul meu Hipocrate, de unde a ştiut Eschil despre Clitemnestra că ea, într-adevăr, şi-a înşelat şi că şi-a omorît bărbatul?

HIPOCRATE

Nu înţeleg de ce mă întrebi lucruri pe care le ştie orice elen. Istoria aceasta a fost scrisă doar şi de Homer: cînd Odiseu a coborît în infern s-a întîlnit cu umbra lui Agamemnon şi el însuşi i-a povestit tristul său destin.

SOCRATE

Mai spune-mi numai atît, dragă Hipocrate, ești sigur că Agamemnon și Clitemnestra au trăit cu adevărat, și că istorioara povestită despre ei de Homer este adevărată?

HIPOCRATE

S-ar putea să fiu lapidat pentru ceea ce-ți spun, dar eu cred că, acum, după atîtea secole nu se mai poate stabili dacă acești oameni au trăit cu adevărat și — chiar dacă au trăit — care a fost destinul lor. Dar nici nu contează deoarece atunci cînd astăzi vorbim de Agamemnon și de Clitemnestra nu ne gîndim la persoane reale (chiar dacă acestea ar fi existat), ci la personajele unei tragedii scrise de Eschil și preluate din tradițiile homerice.

SOCRATE

Putem afirma deci, nu-i așa dragul meu Hipocrate, că despre Clitemnestra cea adevărată și despre Agamemnon cel adevărat, — chiar dacă au existat cu adevărat — știm prea puțin; în schimb putem ști cu toată certitudinea ce anume spune Eschil despre acea Clitemnestra și despre acel Agamemnon care apar ca personaje în tragedia scrisă de el; și deoarece în tragedie scrie așa, putem afirma cu toată certitudinea că acea Clitemnestra, despre care vorbește Eschil, l-a înșelat și l-a omorît pe acel Agamemnon, care apare ca un personaj în aceeași tragedie.

HIPOCRATE

Bine zici, dar eu tot nu înțeleg încă unde vrei să ajungi.

SOCRATE

Fii atent: nu-i așa că personajele tragediei nu sînt oameni care existau cu adevărat?

HIPOCRATE

Așa este.

SOCRATE

Fii deci atent mai departe: după cum am stabilit, putem fi siguri că eroina cu numele de Clitemnestra, care figurează în această tragedie — personaj imaginat doar de poet, inexistent în realitate, l-a înșelat și omorît pe acel Agamemnon care, de asemenea, apare ca un personaj al

aceleiaşi tragedii; pe cîtă vreme despre femeia care astăzi a apărut în carne şi oase în faţa tribunalului nu putem şti cu certitudine dacă şi-a omorît sau nu soţul.

HIPOCRATE

Încep să-mi dau seama încotro duci tu discuţia noastră. Dar va fi mai bine dacă vei spune singur ce învăţătură se poate trage din toate acestea.

SOCRATE

Am impresia, dragul meu, că şi aici este vorba de acelaşi lucru pe care l-am stabilit în legătură cu matematica. Despre oamenii inexistenţi şi imaginaţi numai, de exemplu despre acele personaje de tragedie putem şti lucruri mult mai certe decît ştim despre oamenii existenţi şi vii. În fond, atunci cînd susţineam vinovăţia Clitemnestrei nu voiam să arătăm decît că acea Clitemnestra imaginată şi descrisă de poet, a fost vinovată; deoarece aceasta rezultă clar din scrierea poetului. În această privinţă, drama seamănă foarte mult cu subiectul discutat adineaori: am afirmat că în privinţa dreptunghiului, de care vorbesc matematicienii, putem şti sigur că are diagonalele egale între ele, pentru că această proprietate rezultă din însuşi modul în care matematicienii definesc dreptunghiul.

HIPOCRATE

Tu spui, aşadar, dragă Socrate, că rezultatul enunţat mai sus de noi (în virtutea căruia matematicienii posedă despre lucrurile gîndite numai, cunoştinţe mult mai sigure decît cercetătorii naturii despre lucrurile existente) corespunde într-adevăr situaţiei de fapt, oricît de surprinzător ar suna aceasta; mai mult, tu vrei să spui că în fond acest enunţ nici n-ar afirma ceva surprinzător, ci un adevăr foarte firesc? Despre lucrurile care constituie obiectul matematicii putem şti adevărul integral numai pentru că acestea nu există, mai precis: există numai în măsura în care au fost gîndite de matematicieni şi tocmai de aceea sînt ele chiar aşa cum au fost imaginate, în opoziţie cu lucrurile existente în realitate care diferă de imaginea pe care ne-o alcătuim despre ele.

SOCRATE

Tu însuţi spui aceasta, dragă Hipocrate, şi încă într-o formă deosebit de clară.

HIPOCRATE

Îţi exprim recunoştinţa mea Socrate, fiindcă m-ai ajutat să-mi dau seama de toate acestea. După cum văd, nu numai Theaitetos a avut perfectă dreptate, spunîndu-mi că dacă tind spre cunoaşterea certă, spre acea cunoaştere care conţine nu numai ceva adevăr, ci este însuşi adevărul pur — atunci trebuie să mă dedic studiului matematicii; acum însă am ajuns să înţeleg ce anume îi conferă matematicii infailibilitatea. Dar dacă pînă acum ai manifestat faţă de mine răbdare, te rog nu mă părăsi încă, deoarece dilema mea este încă departe de a fi rezolvată. Ba mai mult, am impresia că cea mai importantă chestiune nici nu a fost încă adusă în discuţie.

SOCRATE

Spune-mi dar, Hipocrate, care este această chestiune?

HIPOCRATE

Adu-ţi aminte, dragă Socrate: eu am venit la tine cu rugămintea de a mă ajuta să hotărăsc dacă e bine sau nu să devin elevul lui Theaitetos. Iar tu, ca răspuns, m-ai făcut să-nţeleg cu ce se ocupă matematica, şi cum se explică secretul că ea este în stare să ofere cunoştinţe certe. Am înţeles că matematicianul îşi făureşte el singur conceptele care constituie obiectul cercetărilor sale şi de aceea despre aceste lucruri existente numai în gîndire (şi care, tocmai de aceea, sînt exact aşa cum ni le închipuim) el este într-adevăr în stare să stabilească întregul adevăr. Acum văd că, în măsura în care voi decide să mă consacru studiului matematicii, voi fi într-adevăr în stare să dobîndesc cunoştinţe certe. Dar nu văd încă în ce măsură această strădanie mai are vreun sens? Căci orice copil îşi dă seama că are sens să acumulezi cunoştinţe cu privire la ceea ce există: cunoştinţele dobîndite cu privire la minerale, la animale sau la plante pot fi într-adevăr utile nu numai cercetătorului, ci şi întregului stat şi în general tuturor oamenilor. Şi chiar dacă cineva ajunge să dobîndească anumite cunoştinţe, cît de cît sigure, cu privire la stelele îndepărtate, chiar

şi acestea pot folosi la ceva: de exemplu, să se orienteze noaptea pe mare. Dar ce valoare are o ştiinţă care se referă la ceea ce nu are existenţă? Te rog să-mi răspunzi la această întrebare.

SOCRATE

Hipocrate, dragul meu, mie mi se pare că ştii foarte bine răspunsul; tu vrei numai să mă pui la încercare.

HIPOCRATE

Pe Hercule, eu sînt cu totul dezorientat.

SOCRATE

Bine, atunci răspunde te rog la întrebările mele. Spune-mi, Hipocrate, am văzut, nu-i aşa, că matematicianul îşi făureşte singur conceptele pe care le studiază; înseamnă oare că matematicianul îşi alege conceptele cum îi place lui, în mod arbitrar?

HIPOCRATE

Cred că da. Adineauri am comparat matematica cu literatura: am văzut că matematicianul îşi alege tot atît de liber conceptele ca şi autorul de tragedii personajele sale; şi după cum acesta din urmă atribuie personajelor trăsăturile de caracter pe care le crede de cuviinţă, tot aşa şi matematicianul, stabilind conceptele sale, le atribuie acestora proprietăţi, aşa cum crede el de cuviinţă.

SOCRATE

De-ar fi aşa, dragul meu Hipocrate, atunci ar exista atîtea matematici cîţi matematicieni există. Căci dacă orice matematician şi-ar alege în mod arbitrar conceptele atunci n-ar fi posibil, nici măcar întîmplător, ca toţi matematicienii să ajungă la aceleaşi concepte. Cum se întîmplă totuşi că matematicienii, în marea lor majoritate, sînt aproape întotdeauna de acord în privinţa conceptelor care trebuie studiate. De exemplu, cînd vorbesc de numere, se gîndesc cu toţii la aceleaşi numere şi la fel stau lucrurile şi în cazul dreptei, al cercului, al patratului, al rombului, al sferei şi al corpurilor regulate.

HIPOCRATE

Explicaţia acestei situaţii nu trebuie oare căutată în faptul că oamenii gîndesc în mod asemănător şi că tocmai de aceea iau drept bun cu toţii unul şi acelaşi lucru?

SOCRATE

Dragă Hipocrate, să nu ne declarăm mulţumiţi cu o explicaţie cît timp ca nu a fost cercetată sub toate aspectele. De ce se întîmplă atît de frecvent în matematici ca doi matematicieni care trăiesc departe unul de celălalt, să spunem unul în Tarent, iar celălalt pe insula Samos, să descopere totuşi acelaşi adevăr, fără să ştie unul de celălalt? În schimb, nu am auzit încă niciodată ca doi poeţi să fi scris, în mod independent unul de celălalt, aceeaşi poezie.

HIPOCRATE

Aşa ceva nu am auzit nici eu. În schimb, acum cînd îmi vorbeşti, îmi vine în minte ce mi-a spus Theaitetos. El a descoperit un lucru foarte interesant. Dacă îmi amintesc bine, era vorba de mărimi incomensurabile. Theaitetos i-a povestit cele găsite de el lui Theodoros, iar acesta, la rîndul său, i-a arătat o scrisoare a lui Arhitas în care este vorba, aproape cuvînt cu cuvînt, de acelaşi lucru.

SOCRATE

Ei vezi, prietene, în poezie aşa ceva nu se poate întîmpla. Dar aş mai putea înşira încă multe argumente: cum se întîmplă că matematicienii pot cădea întotdeauna de acord în privinţa adevărului, în timp ce în privinţa guvernării şi a celei mai bune forme de stat, nu numai perşii dar şi spartanii gîndesc altfel ca noi? Ba, de cele mai multe ori, nici chiar atenienii nu se pot înţelege în această privinţă între ei.

HIPOCRATE

La această întrebare îţi pot răspunde cu uşurinţă, dragă Socrate: cînd este vorba de treburile de stat oamenii nu sînt conduşi numai de dorinţa de a stabili adevărul, ci ei mai sînt influenţaţi şi de interesele lor personale, şi tocmai aceste interese creează opoziţiile dintre ei. Aşa ceva

nu există în matematică; matematicianul este mînat numai de dorința cunoașterii adevărului.

SOCRATE

Vrei să spui, scumpul meu Hipocrate, că matematicienii tind către un adevăr care este cu totul independent și exterior persoanei lor?

HIPOCRATE

Da.

SOCRATE

Am ajuns așadar, deocamdată, la rezultatul că matematicienii, cu toate că ar avea această posibilitate, nu-și aleg totuși conceptele în mod arbitrar, ci datorită unei cauze, deocamdată necunoscută nouă, procedează în această privință într-un perfect acord și tind către un adevăr care se află în afara lor. Dar care anume ar putea fi secretul acestui acord — nu a fost încă lămurit de noi.

HIPOCRATE

Bine zici; dar atunci n-avem decît să încercăm lămurirea lui!

SOCRATE

Dacă mai ai răbdare — putem încerca. Spune-mi te rog, în ce privință anume seamănă — după părerea ta — corăbierul care descoperă o insulă despre care nimeni înainte nu știa nimic cu pictorul care obține un amestec nou de culori, așa cum n-a mai reușit nici un înaintaș de-al lui?

HIPOCRATE

Am impresia că amîndoi au îmbogățit cu ceva omenirea.

SOCRATE

Și în ce anume vezi tu deosebirea dintre cei doi?

HIPOCRATE

După cum cred, corăbierul trebuie numit un descoperitor, deoarece a descoperit ceva, și anume o insulă, care a existat și înainte, numai că nimeni nu a știut de existența ei; în timp ce pictorul trebuie numit inventator, deoarece a

inventat ceva, şi anume o nouă culoare, care înainte nu numai că nu a fost cunoscută de nimeni, dar nici nu a existat.

SOCRATE

Nu puteai să-mi dai un răspuns mai nimerit. Dar spune-mi acum, care este părerea ta, atunci cînd un matematician găseşte un nou adevăr matematic, ce face el atunci? Îl descoperă sau îl inventează? Cu alte cuvinte, ce este matematicianul? Un descoperitor sau un inventator?

HIPOCRATE

Mă întrebi un lucru dificil, Socrate; doar nu am încă suficientă experienţă pe acest tărîm. Dar, bizuindu-mă pe ce am auzit de la Theaitetos despre felul în care procedează el şi Theodoros în cercetările lor, am impresia că, deşi ei seamănă şi cu inventatorii, totuşi ar fi mai nimerit să le dăm numele de descoperitori. Şi tocmai asta mă atrage pe mine către matematici: am impresia că matematicienii seamănă cu navigatorii curajoşi care se avîntă în largul mării necunoscute a gîndirii şi explorează ţărmurile, insulele şi vîrtejurile ei.

SOCRATE

Foarte bine zici iubite Hipocrate, şi mie mi se pare că matematicianul este mai curînd un descoperitor decît un inventator. Totuşi, ai şovăit în răspunsul tău. La ce te-ai gîndit anume cînd ai spus că matematicianul seamănă totuşi şi cu un inventator?

HIPOCRATE

M-am gîndit la concluzia obţinută adineaori de mine, sub conducerea ta, şi anume că matematicianul îşi făureşte singur conceptele pe care le studiază. Atunci cînd ajunge la un concept nou, matematicianul procedează la fel ca şi inventatorul. Dar atunci cînd cercetează conceptele o dată găsite de el sau de alţii emite şi demonstrează afirmaţii — sau, precum spun matematicienii, teoreme cu privire la acestea, atunci procedează ca un descoperitor. Acum însă, din cele povestite de Theaitetos, se pare că în munca matematicianului descoperirea teoremelor joacă un rol mai mare ca inventarea conceptelor, deoarece conceptele

cele mai simple — cum este conceptul de număr şi de divizibilitate — pun o cantitate atît de mare de probleme încît matematicienii au fost în stare să rezolve pînă acum numai o fracţiune infimă a acestora.

SOCRATE

Văd, dragul meu Hipocrate, că Theaitetos te-a învăţat multe lucruri şi tu ţi-ai însuşit foarte bine ce te-a învăţat el. După mine te-ai exprimat foarte corect cînd ai arătat în ce privinţă matematicianul este un descoperitor şi în ce măsură el este inventator. Ce ai spune dacă eu aş încerca să rezum cele spuse de tine în felul următor: matematicianul este în primul rînd un descoperitor, iar inventator numai în măsura în care un descoperitor trebuie să fie şi inventator. Dacă un corăbier trebuie să ajungă în locuri unde nu a umblat încă înaintea lui nici un alt corăbier, el trebuie să devină totodată inventator, fiindcă trebuie să construiască o asemenea corabie care să reziste mai bine pe o mare furtunoasă decît navele predecesorilor săi. Mi se pare că noile concepte inventate de matematician sînt ca şi navele construite după un sistem nou care îl transportă pe corăbierul dornic de descoperiri mai repede şi mai sigur peste marea spumegîndă către regiuni necunoscute.

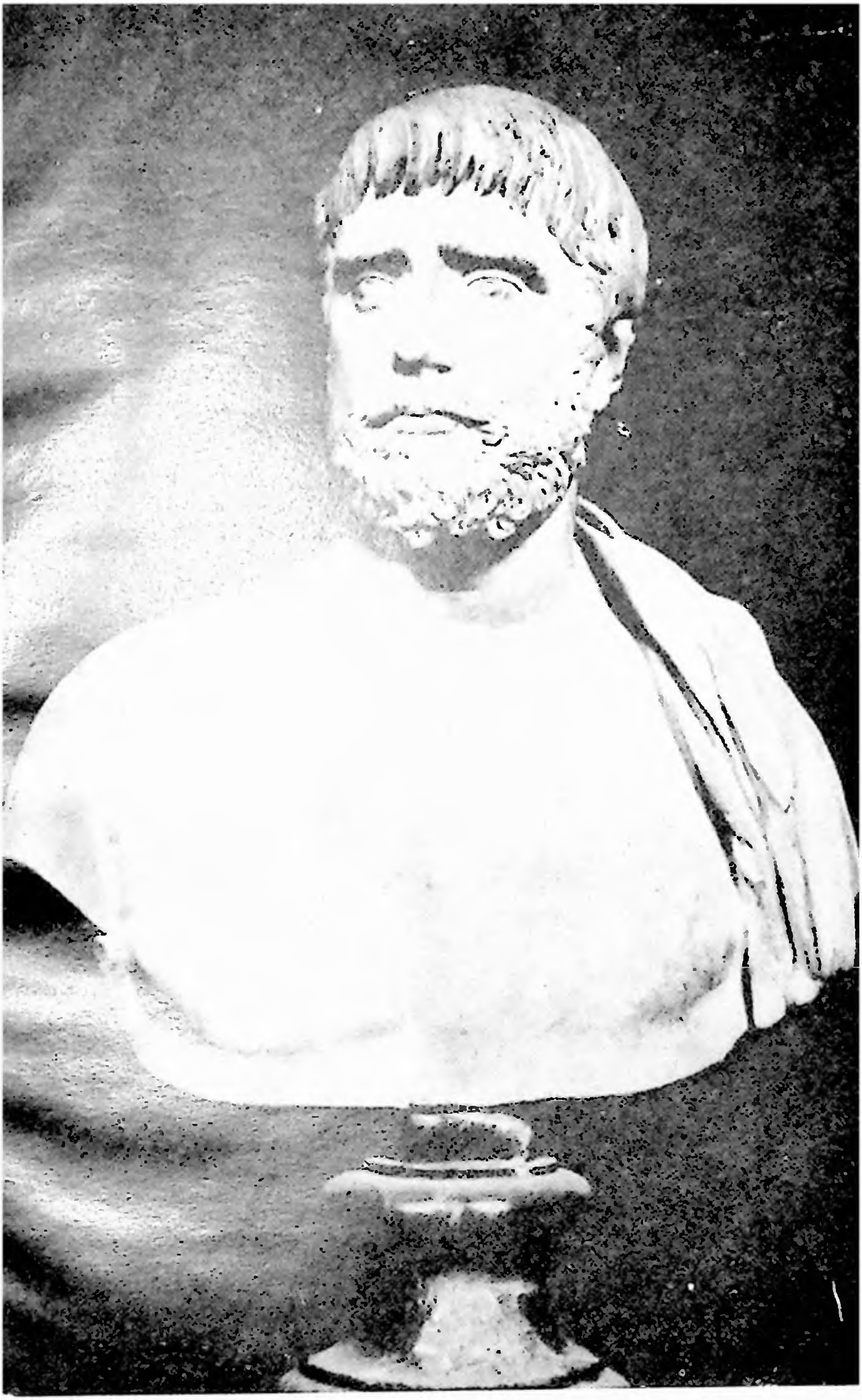
HIPOCRATE

În toată Atena, ba chiar în toată Elada, nu se găseşte un partener de discuţie mai viclean decît tine, Socrate! Cînd redai în cîteva cuvinte ce am spus eu în prealabil, introduci totdeauna ceva pe furiş, ceva pe care-l intuisem şi-l simţisem şi eu, dar nu eram în nici un caz în stare să-i dau o formulare atît de clară ca tine — o formulare care ne duce într-adevăr cu un pas înainte. Deoarece rezultă din ceea ce ai spus tu mai clar ca lumina zilei că scopul matematicianului este să exploreze secretele oceanului gîndirii: crearea conceptelor nu este decît un mijloc subordonat acestui scop. De aici rezultă însă în mod evident că deşi ar sta în întregime în puterea matematicianului să creeze concepte noi în mod arbitrar, în realitate caracterul arbitrar al acestui act este cu totul aparent. Ca şi navigatorul care porneşte spre noi descoperiri — el are toată libertatea de a construi orice fel de navă imaginabilă dar nu va fi

I. Socrate

a
b

2. Monedă ateniană: a) capul zeiței Venus; b) bufnița pe anforă, emblema orașului Atena.



3. Tales

ARCHYTAS

Apud F. Ursinum in numismate aereo.

4. Arhitas

nebun să pornească la drum cu o navă care va fi sfărîmată de prima furtună. În mod evident el își va construi nava pe care o consideră ca fiind din toate punctele de vedere cea mai bună. În lumina acestei comparații devine clar de ce utilizează matematicienii exact aceleași concepte — cel puțin matematicienii care trăiesc în aceeași epocă și sînt în contact între ei. La fel ca și atunci cînd navigatorii își împărtășesc experiențele și adoptă, pe această bază, tipul de navă care a corespuns cel mai bine. Am impresia că acum văd, mult mai clar ca înainte, ce anume este matematica.

SOCRATE

Ei bine, încearcă atunci, te rog, să formulezi din nou ce-ar fi anume matematica.

HIPOCRATE

Am să-ncerc, deși va reieși, sînt sigur, că și de data asta văd doar o parte a adevărului.

SOCRATE

Nu-i nimic, dă-i drumul fără teamă, așa cum se avîntă navigatorul pe mare.

HIPOCRATE

Îmi dau seama că de fapt, adineaori, nu ne-am exprimat bine spunînd că matematica se ocupă cu lucruri care nu există în realitate. Aceste lucruri există, dar nu în același fel ca și pietrele și copacii, adică ele nu pot fi văzute sau pipăite; putem veni în contact cu ele numai pe calea gîndirii. Dar — deși în alt fel ca obiectele — aceste lucruri există totuși și ele. Atunci cînd noi medităm despre ele, toți cei care ne ocupăm de matematică ne gîndim mereu exact la aceleași lucruri; rezultă că aceste lucruri posedă totuși într-un fel o existență independentă de persoana noastră — deși fiecare dintre noi are acces la ele doar prin intermediul propriei sale gîndiri. Există așadar o altă lume, o lume a matematicii, care diferă de lumea în care trăim noi, și matematicianul, ca și navigatorul, fără să dea înapoi în fața dificultăților și a primejdiilor, se avîntă cu curaj la explorarea acestei „alte lumi",

SOCRATE

Iubite Hipocrate, deşi avîntul tău îmi dă elan şi mie, cred totuşi că te-ai lăsat cuprins de văpaia entuziasmului şi ai trecut prea uşor peste unele probleme.

HIPOCRATE

Care sînt aceste probleme, dragă Socrate? Dacă mi-ai consacrat atîta timp, nu te opri, te rog, la jumătatea drumului şi arată-mi şi mie ce-am uitat.

SOCRATE

Să nu crezi, te rog, că sînt condus numai de dorinţa de a-ţi face obstrucţie. Dar aşa simt eu că răspunsul la întrebarea pusă de tine n-a fost încă gîndit. Acum vedem amîndoi mai bine decît atunci cînd ne-am aşezat aici, ce anume este matematica şi cu ce se ocupă matematicianul, dar la întrebarea: care este scopul şi sensul acestei activităţi — pînă acum nu am dat de fapt nici un răspuns.

HIPOCRATE

Dacă stau să mă gîndesc bine, trebuie să-ţi dau dreptate. În ceea ce mă priveşte, îmi ajunge faptul că am înţeles din ce cauză pot dobîndi cunoştinţe certe prin studiul matematicii. Am impresia că studiul acestei lumi miraculoase mi-ar aduce senzaţia plăcută pe care nu am găsit-o pînă acum nicăieri, şi anume că există ceva de care nu am nici un motiv să mă îndoiesc. Acum am înţeles însă că şi lumea matematicii are existenţă — şi chiar dacă nu de acelaşi fel ca pietrele şi copacii, ea există totuşi în felul ei specific, independent de mine. Asta m-a liniştit şi mai mult. Dar, într-adevăr: în cele din urmă ce scop are să explorăm această lume? Nu am ajunge oare mai repede la scopul urmărit dacă de astă dată am rupe cu procedeul obişnuit şi tu singur ai da răspunsul la această întrebare? În ceea ce mă priveşte, eu nu mă simt în stare să răspund la ea.

SOCRATE

Chiar de-aş putea să dau singur răspunsul, nici în acest caz nu aş proceda în felul acesta, deoarece tu ai profita prea puţin. Omul nu reuşeşte să înţeleagă cu adevărat decît ceea ce descoperă el însuşi; ceea ce primeşte de-a gata, fără ca intelectul său să fi muncit pentru asta, intră pe o

ureche și iese pe cealaltă. Lucrurile se petrec şi aici la fel ca la stropirea plantelor: planta nu poate trăi fără apă, dar prea puţin îi foloseşte apa stropită pe frunze, deoarece frunzele nu reţin apa; planta nu poate utiliza cu adevărat decît apa pe care o ia din sol cu ajutorul rădăcinilor.

HIPOCRATE

Bine, atunci să continuăm cercetările noastre cu metoda de pînă acum. Dar ajută-mă, cel puţin, să pornesc, deoarece m-am împotmolit ca o căruţă pe drumul noroios.

SOCRATE

Pare-mi-se, dragul meu Hipocrate, că dacă vrem să avansăm, atunci trebuie să mai reluăm, măcar în parte, firul discuției noastre de adineaori.

HIPOCRATE

De unde să-l reluăm?

SOCRATE

Mie mi se pare că trebuie să ne reîntoarcem acolo unde am stabilit că matematicianul, atunci cînd numără, nu numără oile sau navele, ci se ocupă cu înseși numerele. Iar acum, gîndește-te bine: toate cele ce au fost stabilite de către matematicieni despre numere — studiind acestea numai în sine și făcînd abstracție de orice lucru concret palpabil — nu sînt oare toate aceste noțiuni aplicabile și la numărul oilor? Dacă, de exemplu, matematicienii stabilesc că numărul 17 este prim, nu înseamnă oare că 17 oi nu pot fi repartizate mai multor oameni în așa fel încît să primească fiecare același număr de oi decît în cazul în care fiecare om ar obține cîte o singură oaie?

HIPOCRATE

Ba da, așa este.

SOCRATE

Aşadar, tot ce stabilește matematicianul despre numere este valabil și pentru lucrurile care există în realitate?

HIPOCRATE

Așa este.

SOCRATE

Să vedem acum, nu se găsește oare și geometria în aceeași situație? Arhitectul atunci cînd stabilește planul unui edificiu nu se sprijină oare pe teoremele geometrice descoperite de matematicieni? De exemplu, cînd construiește un unghi drept nu pornește el de la teorema lui Pitagora?

HIPOCRATE

Așa este.

SOCRATE

Dar geodezul — nu se bazează oare și el pe știința geometriei?

HIPOCRATE

Desigur că da.

SOCRATE

Dar constructorul de nave sau dulgherul?

HIPOCRATE

De asemenea, nu mai puțin decît ceilalți.

SOCRATE

Dar olarul, cînd dă formă unui vas, sau navigatorul care calculează ce cantitate de grîu încape în magazia navei — toți aceștia nu beneficiază oare de utilitatea matematicii?

HIPOCRATE

Fără îndoială, beneficiază de ea. Deși eu cred că toți acești meșteșugari pot fi satisfăcuți cu cantitatea de cunoștințe matematice de care dispuneau scribii egipteni. În schimb acele descoperiri despre care Theaitetos mi-a vorbit cu atîta însuflețire n-ar putea fi utilizate în practica lor de către meșteșugari nici chiar atunci cînd ar fi în stare să le înțeleagă și să și le însușească? Nu cred c-ar exista printre ei unul care să fi auzit măcar despre aceste descoperiri.

SOCRATE

E adevărat ce spui Hipocrate, și totuși nu ai dreptate. Va veni timpul cînd și omul practicii va beneficia de uti-

litatea tuturor acestor descoperiri. Ceea ce nu este astăzi decît o simplă posibilitate poate deveni mîine o realitate.

HIPOCRATE

Pe mine mă interesează prezentul.

SOCRATE

Nu ești consecvent, dragul meu Hipocrate. Dacă vrei să devii matematician înseamnă să lucrezi pentru viitor.

HIPOCRATE

Cum adică?

SOCRATE

Adu-ți aminte, te rog, cum l-am comparat noi mai înainte pe matematician cu navigatorul care descoperă o nouă insulă. Spune-mi ce se întîmplă în asemenea situații, cînd descoperă un navigator o insulă necunoscută și nelocuită pînă atunci?

HIPOCRATE

Întorcîndu-se acasă navigatorul povestește multora unde este situată insula și dacă pot trăi acolo oameni; dacă există acolo izvoare cu apă dulce și pomi fructiferi. Mai înainte sau mai tîrziu se vor găsi fără îndoială bărbați cu încumetare care se vor avînta în larg pentru a se stabili pe insula recent descoperită. Cîteodată se întîmplă ca primii coloniști să cadă pradă mării sau fiarelor, sau să fie prinși de pirați. Chiar printre noii coloniști se poate întîmpla să apară discordii și să se omoare între ei. Dar dacă viața pe insulă este posibilă, mai repede sau mai încet ea va fi populată de oameni care în cele din urmă vor construi acolo chiar și un oraș.

SOCRATE

Bine zici, prietene, văd că ești priceput în asemenea lucruri. Dar mai spune-mi: nu se întîmplă oare ca insula care este mai ușor accesibilă și are porturi mai bune să fie populată mai repede?

HIPOCRATE

Desigur, așa este.

SOCRATE

Dar în ceea ce privește insulele mai îndepărtate: dacă grîul și vița-de-vie cresc acolo în condiții bune — nu va veni oare și rîndul acestora să fie populate?

HIPOCRATE

Deși mai încet, dar mai curînd sau mai tîrziu vor fi și acestea populate.

SOCRATE

Vezi? De ce crezi atunci că descoperirile matematicienilor ar avea alt destin?

HIPOCRATE

Dacă privim lucrurile în acest fel, parcă ai dreptate.

SOCRATE

Dar să lăsăm acum viitorul, și dacă ești de acord răspunde te rog la următoarea întrebare pe care ți-o pun: din ce cauză oare cunoștințele privitoare la lumea matematicii — o lume, care, precum ai spus, diferă de lumea în care trăim — devin utile în treburile lumii noastre cu toate că matematica se ocupă numai cu lucruri care nu pot fi nici văzute nici pipăite și care sînt accesibile numai pe calea gîndirii? Nu crezi că avem de-a face aici cu un fapt surprinzător, de-a dreptul uimitor?

HIPOCRATE

Ba da. Și ceea ce este mai grav în felul în care-mi pui tu întrebarea, acest lucru mi se pare de-a dreptul imposibil de înțeles.

SOCRATE

Totuși, după cum cred eu, dacă vom cerceta acest lucru el va deveni inteligibil. Și nu numai atît; pe această cale vom obține totodată un răspuns și pentru întrebarea la care tu încerci să găsești un răspuns.

HIPOCRATE

Nu-mi vorbi te rog în enigme, ca Pitia! Ci, mai bine, dacă ai aflat ceva, spune-mi în așa fel încît să înțeleg și eu.

SOCRATE

Ai să pricepi şi tu îndată. Dar răspunde-mi te rog mai înainte la cîteva întrebări pe care ţi le voi pune. Spune-mi dacă cineva care a vizitat o seamă de ţări îndepărtate şi a văzut acolo multe, dobîndind o experienţă vastă, după asta se reîntoarce în oraşul său şi o împărtăşeşte concetăţenilor săi, dîndu-le sfaturi înţelepte — oare consideri tu acest fel de a proceda un lucru surprinzător?

HIPOCRATE

De loc; şi nici nu cred că ar fi cineva care să-şi facă o asemenea părere.

SOCRATE

Chiar dacă în acele ţări îndepărtate în care a umblat călătorul nostru trăieşte un alt popor, care vorbeşte o altă limbă şi se închină altor zei?

HIPOCRATE

Nici atunci nu m-aş mira. Deoarece există multe lucruri comune chiar şi unor oameni care vorbesc limbi diferite.

SOCRATE

Acum gîndeşte-te iarăşi bine: dacă s-ar adeveri că lumea matematicii seamănă în multe privinţe cu lumea în care trăim — deşi diferă totodată în anumite privinţe — oare şi atunci te-ar mai surprinde faptul că matematica poate fi utilizată practic în viaţa de toate zilele?

HIPOCRATE

De-ar fi aşa, într-adevăr nu m-aş mira. Dar în ce măsură seamănă între ele lumea matematicii şi lumea în care trăim?

SOCRATE

Ia spune-mi, vezi tu stînca aceea, pe malul celălalt a pîrîului unde apa se întinde şi formează un lac?

HIPOCRATE

O văd, desigur.

SOCRATE

Observi imaginea stîncii oglindită pe suprafaţa netedă a apei?

HIPOCRATE

O văd.

SOCRATE

Atunci, spune-mi în ce măsură imaginea seamănă cu obiectul și diferă de el?

HIPOCRATE

Stînca este un obiect rigid și tare încălzit de razele soarelui. Dacă i-aș pipăi suprafața, aș simți că ea este zgrunțuroasă. În schimb, imaginea din oglindă nu este palpabilă și de-aș atinge apa, acolo unde văd oglindindu-se imaginea stîncii n-aş simţi și n-aş pipăi decît apa rece. Dacă stau să mă gîndesc bine, trebuie să spun de fapt că imaginea nici nu există: ea nu este decît o simplă aparență, nimic altceva.

SOCRATE

Pînă acum ai vorbit numai de aspectul prin care obiectul și imaginea diferă între ele. Spune-mi acum, te rog, în ce privință seamănă acestea două.

HIPOCRATE

În măsura în care imaginea din oglindă redă fidel aspectul stîncii. Fiecare scobitură, fiecare asperitate a stîncii pot fi clar deslușite și pe imaginea din oglindă. Desigur sînt detalii care pier, dar conturul stîncii reapare clar în imaginea din oglindă.

SOCRATE

Dacă observi cu atenție imaginea din oglindă, fără să privești însăși stînca, ai putea descoperi o cale pe unde să escaladezi stînca?

HIPOCRATE

Fără îndoială. Cu asta vrei să spui că matematica nu este altceva decît imaginea lumii în care trăim, reflectată într-o oglindă?

SOCRATE

Nu eu spun asta, ci tu singur afirmi.

HIPOCRATE

Dar cum este posibil așa ceva?

SOCRATE

Adu-ţi aminte de felul în care au apărut conceptele abstracte ale matematicii. Aşa cum spuneam înainte, atunci cînd matematicianul se ocupă cu numere, el nu se gîndeşte la numărul oilor sau al corăbiilor, ci la numere în general, făcînd abstracţie de însăşi natura lucrurilor la care se referă numărul. Dar cel ce nu a numărat încă obiecte palpabile, existente, va fi el oare în stare să efectueze o asemenea abstracţie? Cînd copiii sînt învăţaţi să numere, ei încep prin a învăţa să numere pietricele sau beţişoare. Numai după ce copilul ştie să numere pietricele şi beţişoare, numai după aceea devine capabil să înţeleagă că nu numai pietricelele adunate două şi cu trei fac împreună cinci, dar că, de asemenea, două obiecte oarecare şi cu trei obiecte oarecare fac împreună întotdeauna cinci obiecte oarecare, sau, în general, că doi şi cu trei fac cinci. Situaţia nu este alta nici în cazul formelor geometrice. Copilul poate ajunge şi la conceptul de sferă, dacă în prealabil face cunoştinţă cu mingi şi cu alte corpuri rotunde. Din aceste experienţe el îşi filtrează apoi conceptul abstract de sferă. Şi nu numai cu copiii se întîmplă astfel. Aşa s-au format şi în trecut, treptat, toate conceptele fundamentale ale matematicii. Mai există încă şi astăzi populaţii care nu ştiu să numere decît pînă la trei sau pînă la patru, şi pe deasupra numai pe degete, şi nici măcar nu dispun de cuvinte pentru numere mai mari. Conceptele abstracte ale matematicii s-au format, aşadar, prin cunoaşterea lumii existente şi în acest fel nu numai că nu este uimitor, dar dimpotrivă, este firesc faptul că ele poartă în sine pecetea originii lor — aşa cum copiii seamănă cu părinţii lor. Şi precum copiii, crescînd, vor deveni cu timpul un sprijin pentru părinţii lor, la fel, fiecare ramură a matematicii, dezvoltîndu-se suficient, va deveni un instrument util în cunoaşterea lumii existente.

HIPOCRATE

Dar spune-mi, dragă Socrate, cum este posibil ca adevărurile matematicii care se referă la concepte fără existenţă reală, dar în veci neschimbătoare, să poată fi utilizate în cunoaşterea lumii care există efectiv şi se schimbă necontenit?

SOCRATE

Întrebarea ta este foarte nimerită, dragă Hipocrate. Într-adevăr această problemă nu este de loc simplă, dar o comparaţie va putea poate să ne vie în ajutor. Nu-i aşa că navigatorii şi călătorii se pot orienta bine pe baza hărţilor, bineînţeles presupunînd că harta este corect întocmită?

HIPOCRATE

Eu însumi am constatat acest lucru.

SOCRATE

Nu crezi oare că avem de-a face cu o situaţie asemănătoare cînd vorbim de relaţia dintre matematică şi lumea reală?

HIPOCRATE

Mi-ai deschis ochii, dragul meu Socrate! În fond nu există nimic mai evident. A face matematică nu este aşadar altceva decît a completa şi a studia în oglinda gîndirii lumea în care trăim: matematica este o hartă pe care a fost reprezentată lumea reală. Acum înţeleg totul.

SOCRATE

Te invidiez Hipocrate. În faţa mea mai stă o problemă care nu-mi este de loc clară. Dar poate că vei fi în stare să mă ajuţi.

HIPOCRATE

Aş fi fericit dacă aş putea să-ţi fiu de folos prin ceva; mi-aş arăta cel puţin astfel recunoştinţa după ce tu m-ai ajutat să descopăr atîtea lucruri. Dar mă tem că nu vrei decît să-ţi baţi joc de mine. Se pare că nu am ajuns încă pînă la capăt. Nu mă face, te rog, să roşesc cerînd ajutorul tău, ci spune deschis ce am omis.

SOCRATE

Hipocrate, dragul meu, în studiul unor probleme de felul acestora cel mai important lucru este să nu pierdem niciodată din vedere scopul spre care tindem. De ce nu vrei tu oare să găseşti un răspuns la întrebarea dacă are vreun rost studierea lumii matematice şi, dacă studiul are sens, în ce

constă el? Impresia mea este că această întrebare nu și-a primit încă răspunsul cuvenit.

HIPOCRATE

Cît despre mine, am impresia că răspunsul dat este satisfăcător. După ce am stabilit că știința sigură, la care rîvneam, o voi găsi în lumea matematicii, nu a mai rămas deschisă decît întrebarea dacă aceste cunoștințe mai au și altă utilitate decît aceea că ele să satisfacă setea mea de cunoștințe și să-mi producă mari bucurii? Iar acum am ajuns să constatăm că ele au într-adevăr și altă utilitate; deoarece există posibilitatea ca aceste cunoștințe dobîndite de mine în lumea matematicii să devină utile oamenilor — poate chiar acum sau poate în viitorul apropiat sau într-unul mai depărtat. În fond matematica nu este decît imaginea lumii noastre reflectată în oglinda gîndirii și de aceea adevărurile stabilite și descoperite în imagine ajută și la cunoașterea lumii obiectelor existente. Pentru mine acest răspuns este de ajuns.

SOCRATE

Totuși cînd spun că acest răspuns nu este complet, nu procedez astfel numai ca să te încurc. Doar știu prea bine că mai repede sau mai încet tu singur ai descoperi că este așa și mi-ai face reproșuri. Mi-ai spune: „Dragul meu Socrate, tu, care ești mult mai priceput decît mine în formularea întrebărilor și în lămurirea lucrurilor sub toate aspectele lor, de ce m-ai lăsat să comit eroarea de a crede că văd clar ce este matematica, cînd de fapt nu am găsit încă răspunsul la cea mai importantă întrebare?“. De aceea îți spun să-ți mai păstrezi răbdarea și să răspunzi la întrebările pe care urmează să ți le mai pun.

HIPOCRATE

Întreabă-mă Socrate; iar eu, dacă sînt capabil, îți voi răspunde.

SOCRATE

Atunci spune-mi înainte de toate: ce rost are să studiem imaginea unui obiect cînd avem posibilitatea să cercetăm însuși obiectul?

HIPOCRATE

Într-adevăr, puteam și eu să mă gîndesc la aceasta! Ce vrăjitor afurisit ești tu, Socrate; cu cîteva cuvinte ești în stare să dărîmi ceea ce am construit cu atîta trudă. La întrebarea ta ar trebui să răspund că nu are nici un rost, desigur, să studiem imaginea cînd avem posibilitatea de a cerceta și originalul. Dar am impresia că răspunsul acesta nu face decît să dezvăluiască slăbiciunea comparației. Dacă vorbim despre matematici atunci trebuie să existe neapărat o cale de ieșire din această capcană.

SOCRATE

Dacă există într-adevăr o asemenea cale, o vom găsi; dar te rog, nu fii nerăbdător. În privința comparației sînt cu totul de acord cu tine: că în acest punct ea ne conduce pe un drum greșit. Comparația însăși este ca un arc: nu trebuie întins peste măsură deoarece plesnește.

HIPOCRATE

Să-ncercăm atunci să scăpăm de comparația oglinzii și a imaginii. Nu ai putea formula întrebarea fără să recurgem la această comparație? În ceea ce mă privește am, din nefericire, impresia că nici măcar atîta nu sînt capabil să fac.

SOCRATE

Totuși, este ușor să-ntrebi. Iată unicul meșteșug în care am impresia că posed oarecare experiență. Ce-ai spune dacă aș pune întrebarea în felul următor: ce rost are să ne formăm concepte generale despre lucrurile lumii reale și să le studiem pe acestea independent de originea lor în loc să studiem lucrurile existente nemijlocit, în realitatea lor deplină? Este oare posibil să aflăm pe această cale ocolită anumite proprietăți ale realității care nu s-ar putea descoperi pe calea unei cercetări nemijlocite a obiectelor? Și dacă este într-adevăr așa, atunci care este cauza acestui lucru? Din ce punct de vedere studiul conceptelor extrase din cercetarea obiectelor existente în realitate poate prezenta avantaje față de studiul nemijlocit al obiectelor în sine?

HIPOCRATE

Am impresia că pot răspunde la această întrebare. Prin studiul conceptelor avem posibilitatea să obținem dintr-o dată multe cunoștințe despre diverse obiecte existente, care seamănă între ele într-o anumită privință. Astfel, nu mai este necesar să le cercetăm separat pe fiecare în parte. De exemplu, cînd stabilim ceva cu privire la numere, o dată cu aceasta aflăm dintr-o dată ceva despre toate obiectele care vor fi numărate cîndva de cineva. Cînd facem cunoștință cu o anumită proprietate a cercului — aflăm ceva despre toate obiectele de formă circulară. Așadar, conceptele abstracte ale matematicii sesizează, în primul rînd, ceea ce este comun multor obiecte; în același timp însă, sînt lăsate la o parte toate însușirile prin care aceste obiecte diferă între ele. Acest procedeu poate prezenta adesea o serie de avantaje, deoarece, dacă facem abstracție tocmai de ceva ce nu este esențial din punctul de vedere al problemei date, obiectul cercetat devine astfel mai simplu și poate fi mai ușor cuprins. Dar poate ar fi mai bine să ne întoarcem la comparația cu harta. Harta permite orientarea, tocmai fiindcă nu indică decît lucrurile esențiale. Și apoi, pe deasupra, harta ne permite să cuprindem într-o singură clipă cu vederea distanțe nespus de mari, pentru străbaterea cărora am avea nevoie de luni sau de ani. Tocmai de aceea este indispensabilă harta pentru a ne întocmi un plan de călătorie și pentru a alege drumul cel mai convenabil. Desigur, scopuri diferite cer hărți diferite. Dacă ne pregătim pentru un drum lung atunci avem nevoie de o hartă pe care figurează întregul traseu; dacă ne aflăm însă pe parcursul drumului, atunci avem nevoie de o hartă care să reprezinte numai regiunea străbătută de noi, și această imagine trebuie să ne dea cît mai multe detalii. În mod asemănător se petrec lucrurile cu matematica, dacă vrem s-o utilizăm pentru cunoașterea lumii reale.

SOCRATE

Bine zici, Hipocrate. Eu însumi nu aș fi fost în stare să dau o formulare atît de clară. Să mai încercăm totuși o comparație. Ce crezi, nu este oare asemănătoare cu situația unui om care examinează un oraș de pe vîrful mun-

telui și dobîndește o privire de ansamblu mai bună decît atunci cînd ar rătăci în labirintul străzilor sale înguste?

HIPOCRATE

Ai nimerit bine esența chestiunii, Socrate. Dar îngăduie-mi, te rog, să duc mai departe comparația, adăugîndu-i ceva: comandantul de oști, care urmărește avansarea armatelor inamice de pe creasta dealului, își poate da mai bine seama de situația reală decît soldatul din prima linie, care nu vede decît pe cei care stau în fața lui.

SOCRATE

M-ai întrecut, Hipocrate. Dar nici eu nu vreau să rămîn mai prejos. Îmi amintesc că nu de mult am fost să văd o pictură executată de Aristofan, fiul lui Aglafon, și el mi s-a adresat spunînd: nu sta atît de aproape de tablou, Socrate, așa vezi numai pete de culoare; nu poți cuprinde tabloul întreg.

HIPOCRATE

Și avea dreptate. Dar și tu ai avut dreptate atunci cînd n-ai vrut să întrerupem discuția noastră, înainte de a fi clarificat ce anume putem aștepta, în cunoașterea lumii existente, din partea matematicii, și care sînt rezultatele ce nu pot fi obținute pe nici o cale. Dar acum, pare-mi-se a sosit timpul să plecăm, deoarece soarele se apropie de asfințit și — nu mi-e rușine să-ți mărturisesc — mi s-a făcut foame și sete. Dar dacă mai ai răbdare aș vrea — în drum spre casă — să te mai întreb ceva.

SOCRATE

Bine. Hai să pornim către oraș și pe drum întreabă-mă tot ce dorești.

HIPOCRATE

Ascultă-mă deci, dragă Socrate: convorbirea noastră m-a convins întru totul că sînt pe calea cea bună atunci cînd am ales ca obiect de studiu matematica. Ba mai mult: m-a convins și că ceva mai bun nici n-aș putea face. Și sînt foarte recunoscător pentru că m-ai ajutat să înțeleg ce este în fond matematica. Mai este însă un singur lucru pe care nu-l înțeleg: dacă tu ai reușit să mă convingi că procedez bine dedicîndu-mă matematicii și dacă ai fost în stare să

mă faci să înțeleg mult mai bine esența matematicii ca Theaitetos — despre care cred că nu este numai cel mai bun elev al lui Theodoros, dar îl va depăși chiar și pe maestrul său — spune-mi, cum este posibil ca în schimb tu — cel puțin așa văd eu — să nu te mai ocupi de matematică? Căci, judecînd după cum mi-ai explicat mie ce este matematica, eu am impresia că tu ai ajunge în acest domeniu mult mai departe decît toți ceilalți. Convorbirea noastră m-a convins să-mi aleg matematica drept obiect de studiu, dar totodată m-a convins și de faptul că tu ai fi cel mai bun maestru pentru mine — presupunînd că te-ai angaja la așa ceva.

SOCRATE

Nu, dragul meu Hipocrate, eu nu mă pot angaja la așa ceva; nu este meseria mea. Theodoros se pricepe la asta mult mai bine decît mine și oricît ai căuta maestru mai bun decît el, tot nu l-ai afla. Dar o dată ce mi-ai pus întrebarea, am să-ți răspund și la aceasta. Nu ți-am ascuns nici pînă acum cît de mult prețuiesc matematica. Cred că noi elenii nu am creat pe nici un alt tărîm lucruri mai mari ca în matematică, deși nu sîntem decît la început și dacă nu ne vom extermina reciproc în războaie și în disensiuni cu totul lipsite de sens, atunci vom fi în stare să producem în matematică lucruri și mai mărețe — deopotrivă ca inventatori și ca descoperitori. Mă întrebi de ce, totuși, nu mă asociez acelora care își consacră tot talentul lor cultivării matematicii. Totuși, examinînd cu atenție lucrurile, fac și eu, de fapt, același lucru, dar în altfel decît ceilalți. O voce interioară — numește-o dacă vrei conștiința (și eu ascult de cuvintele ei) — m-a întrebat încă din fragedă tinerețe: „Din ce cauză au putut obține matematicienii rezultate atît de importante?“. Nu din altă cauză — i-am răspuns eu — ci numai pentru că ei și-au propus în privința purității gîndirii cerințe atît de înalte, ca nimeni înaintea lor și pentru că ei au tins fără preget către adevăr și s-au ținut ferm de convingerea că rezultatele reale pot fi obținute numai de o gîndire care folosește concepte clare și lipsite de orice echivoc. Iar vocea mi-a răspuns: „Dar de ce crezi tu, Socrate, că această metodă cu care matematicienii cercetează numerele și formele poate fi utilizată numai la așa

ceva? De ce nu încerci să determini oamenii de a fi tot atît de exigenţi faţă de modul lor de gîndire în toate privinţele în viaţa de toate zilele şi în viaţa publică, cum sînt matematicienii pe propriul lor tărîm?" În ceea ce mă priveşte eu am încercat să procedez întocmai şi *să le arăt oamenilor* — îţi reaminteşti desigur că am făcut aşa şi în cadrul discuţiei purtate cu Protagoras — *cît de ignoranţi sînt aceia care se cred pe ei înşişi înţelepţi, şi pe ce temelii şubrede stă toată argumentaţia lor, pentru că* — în opoziţie cu matematicienii — *ei nu atribuie conceptelor un sens univoc.* Prin aceasta însă n-am obţinut altceva decît să atrag asupra mea supărarea tuturor. În ochii tuturor acelora care se mulţumesc să accepte fără rezistenţă concepte neclare şi care suferă de lene în gîndire (şi, din nefericire, aceştia sînt mulţi) — eu reprezint însuşi reproşul în persoană. Şi oamenilor nu le sînt pe plac aceia care le atrag mereu atenţia, sau le aduc măcar aminte erorile, pe care ei nu pot, sau nu vor, să le corecteze. Într-o bună zi, ei se vor solidariza împotriva mea şi mă vor distruge; pînă atunci însă, eu voi continua ceea ce o dată am început. Tu însă te du la Theodoros.

II

Dialog despre aplicațiile matematicii

ARHIMEDE

Maiestate! La această oră tîrzie! Ce surpriză! Mulțumită cărei împrejurări regele Hieron îmi face onoarea unei vizite în modesta mea locuință?

HIERON

Arhimede, dragul meu prieten, am oferit astă-seară o cină pentru a serba victoria repurtată de mărunta noastră cetate asupra Romei celei puternice. Și tu erai invitat, dar locul tău a rămas neocupat. De ce te-ai ținut departe tocmai tu, omul căruia îi datorăm izbînda noastră de azi? Imensele tale oglinzi de aramă au incendiat zece din cele douăzeci de nave mari de război ale romanilor. Cu vîntul de sud-est în pînzele lor, ele au luat-o la goană ca să scape din rada portului. Erau asemenea unor torțe aprinse, dar s-au scufundat toate încă înainte de a ajunge în larg. Nu am vrut să mă duc să mă odihnesc fără să-ți mai mulțumesc încă o dată pentru că ai scăpat orașul nostru de dușmani.

ARHIMEDE

Dar ei se mai pot întoarce. Iar pe uscat tot mai sîntem încercuiți.

HIERON

Discutăm mai tîrziu despre asta. Acum vreau să-ți ofer un dar — cel mai frumos pe care îl pot da.

ARHIMEDE

O lucrare într-adevăr măiastră!

HIERON

Acest talger este într-adevăr de aur curat: îl poți cerceta cu ajutorul metodei tale și n-ai să găsești în el măcar un singur grăunte de argint.

ARHIMEDE

Dacă nu mă-nșel, lucrătura în relief reprezintă aventurile lui Odiseu. La mijloc îi văd pe locuitorii prea puțin bănuitori ai Troiei trăgînd uriașul cal de lemn în cetate. Mi-am bătut de multe ori capul dacă troienii vor fi utilizat scripeți? Desigur, calul de lemn avea roți, în schimb, cărarea care ducea în cetate trebuie să fi fost abruptă...

HIERON

Dragă prietene, dă te rog uitării, pentru o clipă, scripeții tăi! Îți mai amintești, cred, cît de mult te-am admirat cînd ai lansat, cu ajutorul scripeților tripli, construiți de tine, o navă atît de încărcată pe care cu am vrut să i-o trimit regelui Ptolemeu. Acum însă, aruncă, te rog, o privire și asupra celorlalte scene înfățișate pe talger.

ARHIMEDE

Îl văd aici pe Ciclop și o văd pe Circe care-i preface în porci pe Odiseu și pe tovarășii săi. Mai departe se zăresc sirenele care-și înalță cîntecul, în vreme ce Odiseu le ascultă legat de catarg. Cînd privesc scena de pe acest basorelief aud parcă o melodie plină de vrajă! Iată-l pe Odiseu în infern, întîlnind umbra lui Ahile. Mai încolo iată-l din nou cum o sperie pe încîntătoarea Nausicaa înconjurată de servitoarele ei. În fine, zăresc aici, desigur, scena în care Odiseu, deghizat în cerșetor bătrîn, își încordează arcul și-i alungă pe ticăloșii de pețitori. Într-adevăr măiastră lucrare! Îți mulțumesc, o rege, pentru mărinimia ta: este un dar într-adevăr demn de un suveran!

HIERON

Talgerul acesta este într-adevăr piesa cea mai scumpă din tezaurul meu. Dar tu o meriți din plin. De altfel am ales această piesă nu numai din cauza frumuseții și valorii ei: mai am un motiv. Ce ai înfăptuit tu astăzi pentru Siracuza poate fi comparat numai cu viclenia lui Odiseu: ambele constituie o victorie a rațiunii asupra forței brute.

ARHIMEDE

Rege, îl faci pe un bătrîn să roşească. Aş vrea totuşi să-ţi readuc aminte că războiul nu a luat sfîrşit încă. Vrei să asculţi părerea mea?

HIERON

Ca rege îţi poruncesc chiar să roşeşti — iar ca prieten şi rudă te rog să n-o faci. Spune-mi sincer tot ce gîndeşti.

ARHIMEDE

Cred că, de astă dată, a venit momentul să închei pace cu romanii; noi dispunem acum de o poziţie mai favorabilă ca oricînd pentru tratative. Dacă Marcellus nu-şi trimite solii pînă la miezul nopţii, atunci trimite-i tu un sol înainte de revărsarea zorilor şi încheie pacea fără să mai zăboveşti pînă ce soarele va apune din nou. Marcellus deabia aşteaptă să-şi poată retrage trupele care împresoară oraşul, deoarece el are nevoie de aceste forţe împotriva lui Hanibal. Dacă va fi încheiat acordul în cursul zilei de mîine, atunci o dată cu trista veste a pieirii unei jumătăţi din flota sa, el va putea da de veste la Roma despre un succes diplomatic. În schimb dacă se răspîndeşte la Roma ştirea despre bătălia de azi, romanii se vor mînia în aşa măsură, încît setea lor de răzbunare nu va putea fi potolită decît cu victoria definitivă. Se vor ţine în for discursuri prin care se va cere ca „ruşinea să fie spălată". O idee tipic barbară; de parcă s-ar putea şterge însăşi existenţa unor fapte întîmplate.

HIERON

Ai perfectă dreptate. Despre victoria noastră repurtată în această zi se va vorbi în decurs de milenii, chiar dacă vom pieri cu toţii de ascuţişul săbiilor. De altfel, analiza situaţiei făcută de tine este perfect corectă. Marcellus mi-a şi trimis solie şi mi-a propus să încheiem pace şi să-şi retragă trupele, punînd însă anumite condiţii. De-ai cunoaşte însă aceste condiţii, nu m-ai îndemna cu atîta zel să încheiem pacea.

ARHIMEDE

Ce doreşte Marcellus?

HIERON

Înainte de toate, zece nave noi în schimbul celor zece pe care i le-am scufundat astăzi. După aceea, să dărîmăm toate fortărețele noastre, în afară de una în care ar urma să staționeze o garnizoană romană. Firește ne mai cere o uriașă cantitate de aur și argint. Totodată ne pretinde să declarăm război Cartaginei. În sfîrșit, ne mai impune să-i predau ca ostatici pe fiul meu Gelon, pe fata mea Elena și pe tine. În schimb, atîta timp cît ne vom ține fidel de litera tratatului, ne asigură că nici unul din cetățenii orașului nu va avea de suferit cîtuși de puțin.

ARHIMEDE

Sînt convins că pentru o seamă de condiții se vor mai putea obține concesii. Dar în privința extrădării mele, firește nu va ceda.

HIERON

Cum poți să vorbești atît de calm despre asta? Pe toți zeii din Olimp, cît mai sînt în viață, nu-i dau pe copiii mei pe mîna dușmanului și nici pe tine nu te extrădez ! Cît despre aurul și argintul cerut — nu-mi pasă: îl poate obține. Dar ceea ce mă-ngrijorează cel mai mult în aceste condiții de pace este că — în cazul în care le acceptăm — vom depinde întru totul de bunul lor plac. Ce garanții vom avea, că ei o să respecte pactul?

ARHIMEDE

Nu cumva să le pui astfel de întrebări. Romanii sînt foarte susceptibili cînd e vorba de onoarea lor — cel puțin în timpul tratativelor. Există totuși posibilitatea de a evita extrădarea copiilor tăi.

HIERON

Dar cu tine ce se va întîmpla? Ai fi tu dispus să te sacrifici pentru cetate?

ARHIMEDE

Asta este o cerere sau numai o întrebare?

HIERON

O simplă întrebare, firește. De altfel, vrei să știi ce i-am răspuns lui Marcellus?

ARHIMEDE

Cum, i-ai și răspuns?

HIERON

I-am acceptat toate condițiile, în afară de una singură, și anume să te ofer pe tine drept ostatic. Am acceptat însă predarea copiilor mei, cu condiția ca și Marcellus să-mi dea doi dintre copiii săi ca ostatici. Iar în ceea ce te privește, i-am răspuns că datorită vîrstei tale înaintate nu ai putea suporta să stai într-o tabără militară. Știind însă că el nu te cere ca ostatic, ci are nevoie în primul rînd de înțelepciunea ta, i-am promis că îi vei scrie într-o carte toate invențiile tale care prezintă vreo însemnătate pentru arta militară.

ARHIMEDE

Niciodată nu voi face așa ceva!

HIERON

De ce nu? Dacă va fi pace, oricum noi nu vom mai avea nevoie de invențiile tale. Explică-mi de ce refuzi să scrii despre ele.

ARHIMEDE

Dacă ai răbdare să mă asculți, am să-ți arăt motivele mele.

HIERON

Te ascult cu plăcere: oricum, nu vreau să mă culc pînă nu sosește răspunsul lui Marcellus.

ARHIMEDE

Atunci mai avem răgaz, deoarece și Marcellus va avea nevoie de timp pentru a-și formula răspunsul. Și acesta va suna ca o pocnitură de bici.

HIERON

Crezi că va întrerupe tratativele?

ARHIMEDE

În această privință nu încape nici o îndoială. L-ai jignit în onoarea lui și el nu-ți va ierta niciodată acest lucru. După asta deci, înțelegerea este imposibilă. Am admirat întotdeauna arta ta diplomatică și mai ales simțul psihologic

cu care ai reuşit să ghiceşti cele mai ascunse gînduri ale adversarilor. De data asta, însă, n-ai dat dovadă de asemenea talente!

HIERON

Mă tem că ai dreptate. Din nefericire eram cu totul cuprins de beţie. Şi nu atît de vinul pe care l-am băut, cît mai ales de victoria pe care am repurtat-o. Dar să lăsăm toate astea; la urma urmei ce a fost a fost şi nimic nu mai poate fi schimbat.

ARHIMEDE

Deşi chestiunea — în urma celor întîmplate — a devenit pur teoretică, totuşi, dacă doreşti, iată punctul meu de vedere. Tu ai comparat maşinile mele de război cu celebrul cal de lemn de la Troia. Comparaţia este, şi după părerea mea, nimerită; dar pentru mine sensul ei este cu totul diferit de acela pe care i-l atribui tu. Odiseu a utilizat calul de lemn pentru ca el şi tovarăşii săi să pătrundă pe furiş în cetatea Troiei. Eu, în schimb, am folosit maşinile mele de război ca să introduc ceva pe furiş în opinia publică a lumii elene: o idee, şi anume cum că matematica — şi nu numai elementele ci şi părţile sale superioare — poate fi aplicată în practică. Îţi mărturisesc: numai după lungi ezitări m-am decis în această privinţă, deoarece nu pot să sufăr războiul şi vărsarea de sînge. Dar iată că războiul s-a instalat oricum în mijlocul nostru şi aceasta a fost singura cale ce mi s-a oferit pentru a mă face înţeles. Am încercat eu să mă fac înţeles de oameni şi pe altă cale, dar fără succes. Vreau să-ţi reamintesc că acum cîţiva ani am inventat o pompă cu care s-ar putea scoate apa din minele tale, pentru ca oamenii să nu fie nevoiţi să lucreze în apa ce le ajunge pînă la brîu. Dar tu n-ai arătat nici un interes pentru această invenţie. Supraveghetorul minelor tale mi-a spus că nu-l interesează de fel dacă picioarele sclavilor se udă sau nu; în fond, nu sînt de zahăr — spunea el. Îţi mai aminteşti poate cînd ţi-am propus să-ţi construiesc o maşină pentru irigarea arăturilor tale? Mi-ai răspuns că munca sclavilor este mai ieftină. Cînd i-am propus regelui Ptolemeu să-i pun în mişcare morile cu forţa aburilor, mai ţii minte ce mi-a răspuns? Mi-a zis că morile care i-au

servit tatălui şi bunicului său o să fie la fel de bune şi pentru el. Să-ţi mai înşir poate şi alte exemple? Mai am vreo jumătate de duzină. Străduinţa mea de a convinge lumea cum poate fi utilizată matematica în scopuri paşnice nu a găsit nici un ecou. În schimb cînd a izbucnit războiul dintr-o dată toată lumea şi-a adus aminte de scripeţii mei, de roţile mele dinţate, de pîrghiile şi de macaralele mele. În vreme de pace invenţiile mele erau considerate de toată lumea ca simple jucării, nedemne de un bărbat matur; şi cu atît mai puţin de-un filozof. Chiar tu, care m-ai susţinut tot timpul şi m-ai ajutat pentru realizarea ideilor mele, nici chiar tu nu le-ai luat în serios. Te-ai lăudat în faţa invitaţilor tăi cu maşinile mele, dar numai cu scopul de a le oferi o distracţie şi atîta tot. Dar cînd a izbucnit războiul şi cînd flota romană ne-a blocat portul, am scăpat o dată o observaţie, spunînd că navele romane ar putea fi alungate dacă le-am bombarda cu bolovani lansaţi cu ajutorul unor maşini de aruncat. Voi v-aţi agăţat îndată, din răsputeri, de ideea mea. Iar eu n-am avut încotro; nu mi-am m-ai putut retrage cuvintele şi a trebuit să-mi realizez ideea. Succesul obţinut a depăşit aşteptările mele. Şi o dată pornit pe acest drum — nu m-am mai putut opri. Mi-a părut desigur bine că invenţiile mele nu mai sînt luate în derîdere, şi că mi s-a oferit, în sfîrşit, ocazia de a arăta lumii ce este în stare să înfăptuiască matematica. Dar de la început am avut totuşi îndoieli şi ezitări. Doar n-a fost în intenţia mea ca tocmai în acest fel să demonstrez „utilitatea" matematicii. Am avut prilejul să văd în ce fel maşinile mele omoară oameni — ceea ce m-a umplut de remuşcări. Chinuit de aceste mustrări de conştiinţă, i-am jurat zeiţei Atena că niciodată nu voi dezvălui nimănui secretele maşinilor mele de război şi nu voi scrie nici un cuvînt despre acestea. Am încercat deci să-mi liniştesc conştiinţa, spunîndu-mi: vestea faptului că Arhimede i-a alungat pe romani din faţa Siracuzei cu ajutorul matematicii va ajunge în toate colţurile lumii elene, grecii îşi vor aduce aminte de acest eveniment după ce se va termina războiul, iar secretul maşinilor mele de război va coborî împreună cu mine în mormînt.

HIERON

Într-adevăr faima celebrelor tale mașini de război s-a și răspîndit în toată lumea elenă. Sosesc una după alta scrisorile în care alți regi, prieteni de-ai mei, vor să afle mai multe despre invențiile tale.

ARHIMEDE

Și tu ce le răspunzi?

HIERON

De obicei le răspund că aceste chestiuni constituie secrete severe, cît timp durează războiul.

ARHIMEDE

Am reușit să-mi păstrez secretele chiar și în fața acelora care mi-au realizat ideile. Fiecare om care a lucrat pentru mine cunoaște numai cîte un mic detaliu. Îmi pare bine că tu nu m-ai iscodit niciodată, deoarece ți-aș fi refuzat chiar și ție răspunsul.

HIERON

Ce-i drept, pînă acum nu te-am iscodit, dar acum vreau și eu să te întreb cîte ceva. Dar să nu-ți fie teamă, nu vreau să-ți aflu secretele ci aș dori numai să-ți pun cîteva întrebări cu privire la fundamentele teoretice ale invențiilor tale.

ARHIMEDE

Dacă răspunsul pe care trebuie să-l dau nu mă va obliga să-mi calc jurămîntul, atunci voi răspunde la întrebările tale.

HIERON

Înainte de a-ți pune întrebări cu privire la aplicațiile matematicii, aș vrea să mă lămurești într-o chestiune cu totul diferită. De ce ai considerat atît de important ca ideile tale cu privire la posibilitatea de a aplica matematica în practică să devină cunoscute opiniei publice?

ARHIMEDE

Poate am fost naiv, dar mi-am închipuit că aș putea schimba cursul istoriei. M-am gîndit cu îngrijorare la lumea

noastră elenă. Am crezut că dacă reușim să aplicăm matematica în domenii cît mai largi — și matematica științifică este doar elaborată de greci, realizarea cea mai caracteristică și cea mai de seamă a spiritului grec — am mai putea salva formele de viață specific grecești. Acum văd însă că pentru această înfăptuire este prea tîrziu. Romanii vor ocupa nu numai Siracuza, ci și celelalte orașe grecești; timpul nostru a trecut...

HIERON

După părerea mea cultura noastră greacă nu va pieri nici în acest caz, deoarece va fi preluată de romani. Nu vezi cum încearcă ei să ne imite în toate: copiază sculpturile noastre, traduc literatura noastră și, precum vezi, Marcellus se interesează intens de matematica ta.

ARHIMEDE

Romanii nu vor înțelege matematica niciodată cu adevărat. Gîndirea lor este prea practică, ei nu au nici o înclinație către gîndirea abstractă.

HIERON

Cu atît mai mult îi interesează aplicațiile practice ale matematicii.

ARHIMEDE

Aplicațiile practice ale matematicii nu pot fi despărțite de matematica abstractă. Cel care refuză matematica abstractă își barează drumul și către aplicațiile matematicii. Cel care vrea să aplice cu succes matematica în practică trebuie să fie un mare visător.

HIERON

Vorbești în paradoxuri. Eu am fost pînă acum convins că pentru a ști să aplici matematica ai nevoie înainte de toate de un simț practic solid.

ARHIMEDE

Desigur, este nevoie și de simț practic, și anume în realizarea efectivă a ideii. Dar simțul practic nu poate ține locul ideii. Fără carne nu poți găti supa de carne.

HIERON

Cu aceasta am ajuns tocmai la întrebarea pe care am vrut să ți-o pun. Care este de fapt secretul succeselor tale, care este secretul științei noi descoperite de tine (s-o numim poate matematica aplicată) și prin ce diferă ea de matematica (s-o numim matematica pură) care se predă la școală?

ARHIMEDE

Îmi pare rău, rege, că răspunsul meu te va decepționa: cele două sînt de fapt una și aceeași știință. Nu există două matematici: există numai matematica pe care o cunoști și tu și pe care — dacă îmi aduc bine aminte — ai învățat-o și tu în tinerețe. Or, această matematică poate fi aplicată în practică. O matematică aplicativă, în sensul vorbelor tale, adică independentă și separată de matematica propriu-zisă, nu există. Şi „secretul" meu poate rămîne ascuns tocmai pentru că nu constituie nici un secret; el este ascuns ca și o monedă de aur care zace în praful străzii. Oricine care se apleacă în căutarea ei o poate găsi; dar niciodată nu va da de ea acela care caută ascunzișuri secrete.

HIERON

Tu susții, așadar, că minunatele tale mașini de război se bazează pe acea matematică obișnuită care este cunoscută de orice om cult?

ARHIMEDE

Am impresia că începi să mă înțelegi.

HIERON

Dă-mi un exemplu concret.

ARHIMEDE

Să luăm, de exemplu, oglinzile mele, care ne-au făcut un serviciu atît de mare în cursul zilei de azi. Am putut realiza ceea ce am făcut numai după ce mi-am adus aminte de proprietatea binecunoscută a parabolei: dacă unim un punct oarecare P al acestei curbe cu focarul F și dacă ducem, mai departe, prin punctul P o paralelă la axa parabolei, cele două drepte astfel construite vor forma același unghi

α cu tangenta în punctul P la parabolă (fig. 1.). Cu alte cuvinte, asta înseamnă că o oglindă parabolică reflectă fasciculul de raze paralele care sosește de la Soare în așa fel, încît toate aceste raze vor trece printr-un singur punct, și un obiect plasat în acest punct se va aprinde de căldura concentrată a razelor solare. Poți găsi și tu această teoremă în cărțile colegului meu din Alexandria, pe care-l apreciez atît de mult.

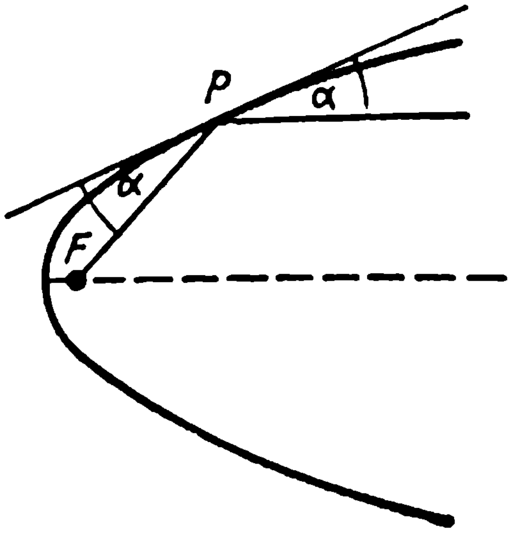


Fig. 1

HIERON

Este greu de crezut că jumătate din flota lui Marcellus a fost distrusă de această teoremă, care sună atît de nevinovat; de altfel în manualele de geometrie se mai pot găsi cu zecile asemenea teoreme. După cît îmi amintesc și eu am învățat această teoremă; desigur în momentul actual nu mai țin de loc minte demonstrația ei.

ARHIMEDE

Probabil că atunci cînd ai învățat-o ai înțeles și demonstrația ei; i-ai admirat poate și ingeniozitatea și eleganța dar te-ai oprit aici. Unii matematicieni au mers însă mai departe: au cercetat și consecințele pur geometrice ale acestei teoreme, au demonstrat-o, poate, pe căi noi, dar și ei s-au oprit aici. În ceea ce mă privește, am făcut în plus un singur pas mărunt înainte; mi-am pus întrebarea și am început să reflectez: la ce ar putea fi utilizată această teoremă.

HIERON

Iar eu pînă acum eram convins că ai descoperit o nouă lege a opticii.

ARHIMEDE

De fapt, și optica nu este decît un capitol al geometriei. Sau, mai bine zis, aplicarea teoremelor geometrice la studiul traiectoriilor descrise de razele luminii. De altfel nu

am utilizat nimic altceva din domeniul opticii decît legea reflexiei luminii, care este de la o vreme binecunoscută.

HIERON

Așadar, după cum spui tu, în vederea aplicațiilor practice ale matematicii nu este nevoie de noi descoperiri matematice; ar fi suficient în acest scop ca omul să caute și să găsească printre teoremele binecunoscute ale matematicii acelea care corespund cel mai bine situației practice date și, ca să zic așa, adaptează apoi teorema la situația dată.

ARHIMEDE

Nu, lucrurile nu se prezintă nici pe departe atît de simplu. Se întîmplă adesea ca teorema, de care ar fi nevoie, să nu fie cunoscută și ca trebuie abia descoperită și demonstrată de acela care se ocupă de problema respectivă. Dar, chiar dacă lucrurile nu stau astfel, nici atunci nu este chiar atît de simplu să găsești corespondentul matematic al unei situații practice date (precum o numești tu). Eu aș utiliza mai bine expresia de *model matematic*; problema este cu totul diferită de aceea de a găsi perechea unei mănuși. Înainte de toate oricărei situații practice îi corespund nenumărate modele matematice și dintre acestea trebuie ales cel care corespunde mai bine: și anume acela care se potrivește cît se poate de bine situației practice date (deși niciodată nu poate exista o potrivire perfectă) fără ca să fie totuși prea complicat pentru a mai putea fi mînuit pe cale matematică. Adecvarea exactă și simplitatea sînt, desigur, cerințe opuse și găsirea echilibrului între aceste două cerințe constituie o problemă complexă și delicată. Deoarece în primul rînd este vorba de a da o aproximare bună realității din punctul de vedere al scopului urmărit, lăsînd la o parte toate detaliile care sînt lipsite de importanță din punctul de vedere al scopului imediat. Scopul nostru nu poate fi de a da un model matematic care să fie în toate privințele asemănător realității; de altfel, acest lucru nici nu este posibil. Este suficient dacă modelul descrie cu fidelitate realitatea în privința trăsăturilor care sînt importante pentru rezolvarea problemei tale. Asta reiese, de altfel, și din faptul că același model matematic poate fi utilizat

cu succes pentru descrierea unor situaţii reale cu totul diferite între ele. De exemplu, proprietăţile parabolei pot fi utilizate şi la construirea catapultelor, deoarece piatra aruncată parcurge o traiectorie care se apropie de o parabolă. Am utilizat proprietăţile parabolei şi atunci cînd am calculat la ce adîncime se scufundă o navă sub acţiunea diverselor încărcături. Desigur, secţiunea transversală a unei nave nu are o formă perfect parabolică. Dar un model mai exact al acestei secţiuni ar fi prea complicat din punct de vedere matematic şi prin aceasta, practic inutilizabil. Rezultatele obţinute pe modelul parabolic sînt şi aşa destul de adecvate faptelor. Înainte de toate am reuşit să clarific în ce condiţii se va redresa din nou nava dacă vîntul şi valurile o fac să se încline puternic: aceasta depinde de poziţia centrului de greutate al navei care tinde să se situeze la o adîncime cît mai mare posibilă. În general, în studiul unor situaţii practice prea complicate se întîmplă să fie deosebit de utile chiar şi modelele matematice care dau rezultate corecte cel puţin din punct de vedere calitativ, deoarece rezultatele de acest gen sînt adesea mai importante decît cele numerice. Experienţa pe care am dobîndit-o în acest domeniu m-a învăţat că străduinţa de a găsi un model matematic adecvat duce adesea la o înţelegere mai profundă a fenomenului studiat, fiindcă ne obligă să urmărim consecinţele logice ale tuturor posibilităţilor, să definim în mod clar noţiunile utilizate, să luăm în considerare toţi factorii şi să găsim în mijlocul lor pe aceia care joacă rolul decisiv. Dacă modelul matematic ales de noi duce la rezultate care nu concordă cu faptele, aceasta înseamnă că la construirea modelului am omis un factor important. În asemenea situaţii trebuie să procedăm desigur la modificarea modelului, luînd în considerare factorul omis mai înainte. Astfel încît utilitatea unui model constă adesea în aceea că se demonstrează caracterul său necorespunzător, şi de aici ajungem la o cunoaştere mai profundă a fenomenului studiat.

HIERON

Am impresia că aplicarea matematicii seamănă cu strategia; căci şi pentru această ştiinţă o înfrîngere poate fi adesea de mai mare preţ ca o victorie, deoarece ne ajută

să descoperim în ce fel trebuie schimbat armamentul şi strategia.

ARHIMEDE

Ai înţeles — pare-mi-se — esenţa chestiunii.

HIERON

Mai spune-mi ceva despre oglinzile tale.

ARHIMEDE

Despre ideea de bază ţi-am vorbit mai înainte. După ce mi-am dat seama că proprietatea amintită a parabolei este aceea care trebuie aplicată aici, a mai rămas, desigur, să rezolv o serie de alte probleme de ordin practic; înainte de toate aceea a şlefuirii unei oglinzi concave în forma unui paraboloid de rotaţie. Dar, despre această chestiune nu vreau să vorbeasc acum mai mult. Fireşte a trebuit să găsesc şi aliajul corespunzător; şi de astă dată permite-mi, totuşi, să nu insist asupra problemelor.

HIERON

Cum doreşti; ţi-am mai spus că nu am intenţia să-ţi răpesc secretele. Rezultă însă clar din tot ce ai afirmat că, în afară de cunoaşterea proprietăţii amintite a parabolei, ai avut nevoie şi de cunoaşterea temeinică a prelucrării metalelor. După cum cred, de aici rezultă că, pentru a pune în aplicaţie matematica, nu este de loc suficient să cunoşti numai matematica. Oare cel care vrea să aplice matematica nu se găseşte în aceeaşi situaţie ca acela care vrea să călărească doi cai în acelaşi timp?

ARHIMEDE

Aş modifica puţin comparaţia ta. Cel care vrea să aplice matematica este în aceeaşi situaţie ca şi acela care vrea să înhame doi cai la o căruţă. Ceea ce nu mai este chiar atît de greu: desigur, trebuie să cunoşti atît caii, cît şi căruţa. Totuşi oricare dintre vizitiii tăi poate să îndeplinească această treabă.

HIERON

De astă dată m-ai încurcat definitiv. Tocmai cînd aplicarea matematicii mi se părea plină de mister, tu vii să-mi explici cît de simplu este totul în realitate; iar cînd încep

să cred că lucrurile într-adevăr așa sînt, te apuci să-mi demonstrezi că de fapt ele sînt mult mai complicate decît par.

ARHIMEDE

În principiu chestiunea este într-adevăr evidentă și simplă; dar detaliile, ce-i drept, în cele mai multe cazuri sînt destul de complicate.

HIERON

Încă nu văd clar: ce înțelegi de fapt prin model matematic?

ARHIMEDE

Mai ții tu minte mecanismul pe care l-am făcut acum cîțiva ani pentru a descrie mișcarea Soarelui, a Lunii și a celorlalte cinci planete? S-a putut arăta cu ajutorul acestui mecanism cum apare o eclipsă de soare.

HIERON

Îmi amintesc desigur; mecanismul făcut de tine se mai găsește și astăzi în palatul meu și eu obișnuiesc să-l arăt fiecărui musafir. Toți îl admiră cu gura căscată. Acest mecanism este oare modelul matematic al universului?

ARHIMEDE

Nu — eu l-aș numi mai degrabă un model fizic. Modelele matematice sînt invizibile, ele există numai în gîndirea noastră și pot fi exprimate numai cu ajutorul formulelor. Modelul matematic al universului reprezintă ceea ce este comun între universul real și între modelul meu fizic. În modelul fizic fiecare planetă va fi reprezentată de cîte o bilă — dintre care cea mai mică este cît o portocală. În modelul matematic planetele sînt reprezentate de puncte fără dimensiune.

HIERON

Acum încep să pricep și eu ce înțelegi tu prin model matematic. Dar să ne întoarcem la comparația cu caii. Este o diferență dacă cineva se pricepe la călărit și la înhămarea cailor și altceva este dacă se pricepe la creșterea cailor. Oare nu este același lucru în cazul matematicii? Una este să te pricepi la aplicarea matematicii și cu totul

altceva să dezvolți mai departe însăși matematica; să descoperi și să demonstrezi mereu teoreme noi.

ARHIMEDE

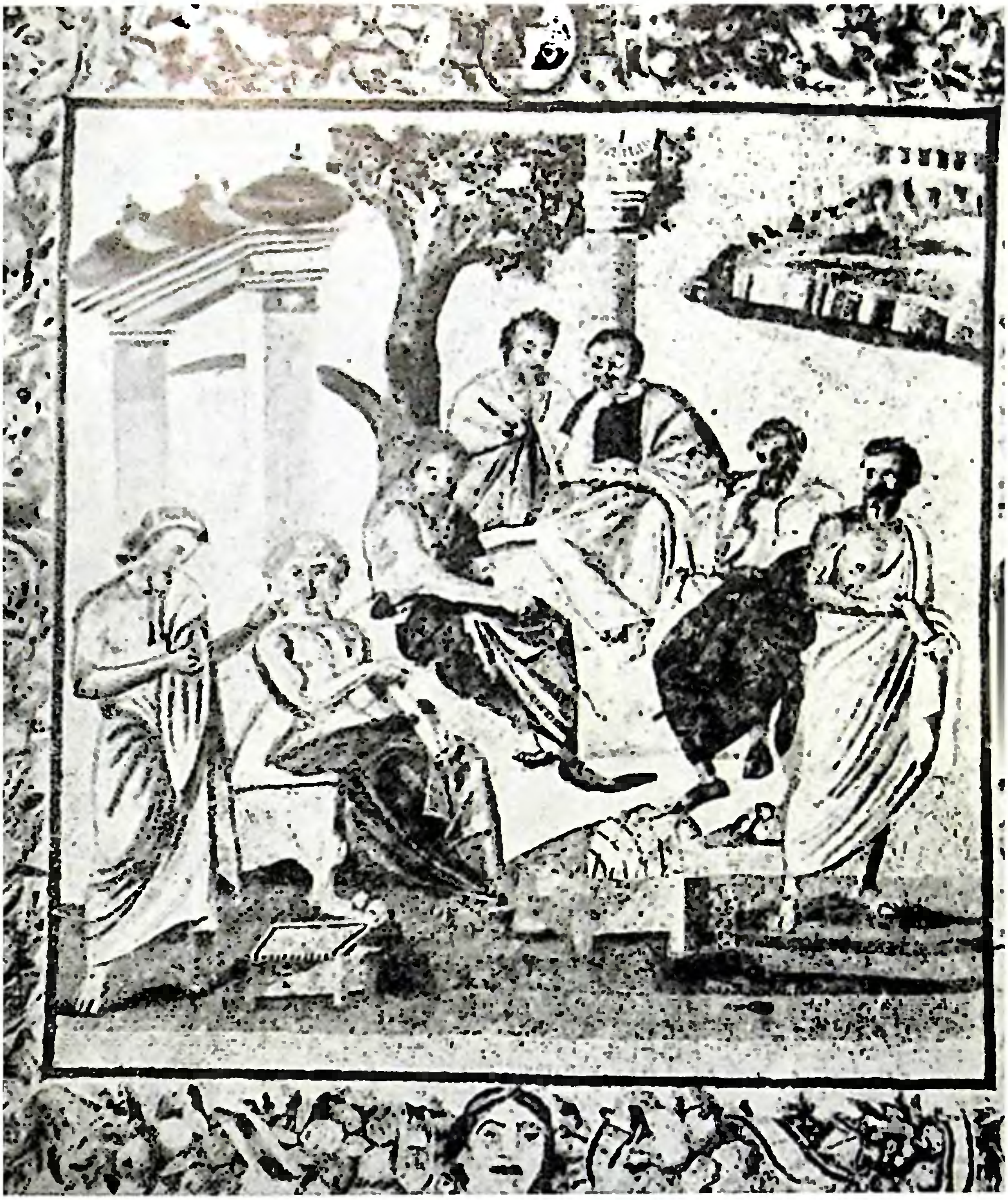
În privința cailor, în linii mari tu ai dreptate, deși se mai poate spune în legătură cu această îndeletnicire că acela care a crescut un cal îl cunoaște adesea mai bine; de aceea îl și poate călări mai bine ca oricine altul. Cît privește acum matematica; pentru ca cineva să o poată aplica cu succes este nevoie s-o cunoască temeinic și adînc. Și dacă cineva nu se mărginește să repete mereu ce au făcut alții, în condiții mai mult sau mai puțin identice, înaintea lui, ci vrea să aplice matematica în mod creator, urmărind scopuri pe care alți predecesori ai săi nu le-au avut în vedere încă, atunci, el însuși trebuie să fie un matematician creator. Invers, preocuparea pentru problemele aplicative poate da imbold și orientare cercetării teoretice în matematică.

HIERON

Cum este posibil așa ceva? Dă-mi un exemplu.

ARHIMEDE

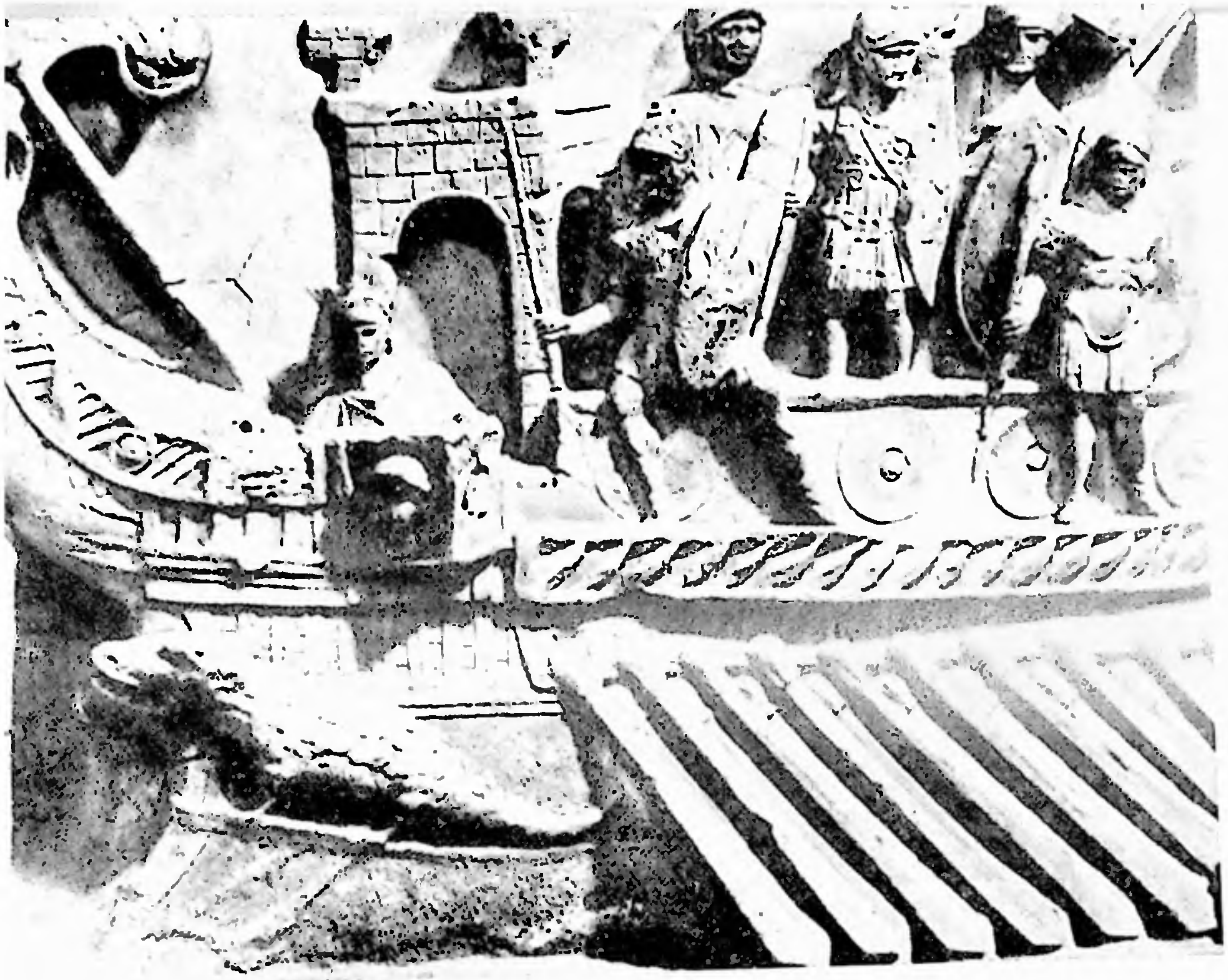
Îți mai aduci poate aminte că într-o vreme m-a interesat foarte mult o problemă de mecanică; determinarea centrului de greutate al corpurilor. Rezultatele pe care le-am obținut în problema centrului de greutate cu ajutorul metodei mecanice mi-a înlesnit nu numai realizarea scopurilor mele originale — cum ar fi bunăoară problema redresării navelor înclinate — ci m-au ajutat totodată și la descoperirea unor noi teoreme de geometrie. *Am elaborat o metodă specială care constă în aceea că cercetez anumite probleme de geometrie cu ajutorul unor raționamente de mecanică referitoare la centrul de greutate. Sînt multe teoreme pe care le-am descoperit întîi pe această cale; apoi, mai tîrziu —deoarece metoda nu se pretează la demonstrații riguroase —am demonstrat aceste teoreme cu tradiționalele metode exacte ale geometriei. Dar este mult mai ușor de găsit o demonstrație impecabilă pentru o teoremă, dacă, în prealabil, ne-am orientat oarecum în privința ei cu ajutorul analogiilor mecanice, știind astfel — cu o certitudine mai mare sau mai mică — ce avem de demonstrat, decît dacă atacăm problema*



5. Învăţămîntul într-o şcoală ateniană, după un desen de pe un vas antic.

6. Scene din războiul troian

7. Arhimede



9. Navă de război romană

8. Macara din epoca romană

la nimereală, fără a ne fi orientat mai înainte pentru cel mai bun procedeu de rezolvare.

HIERON

Spune-mi mai bine o teoremă pe care ai descoperit-o pe această cale ciudată.

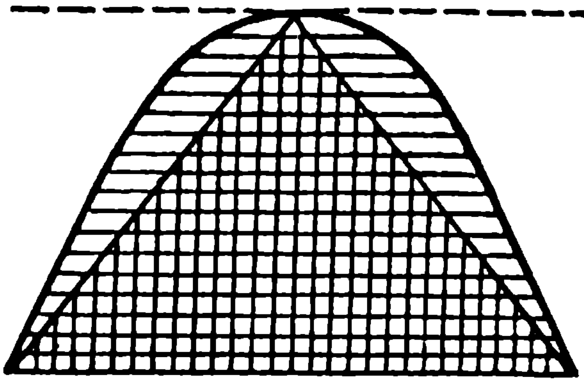


Fig. 2

ARHIMEDE

Aria segmentului de parabolă este egală cu patru treimi din aria triunghiului, care are aceeași bază și aceeași înălțime ca segmentul de parabolă. Această teoremă am descoperit-o cu ajutorul unor raționamente mecanice, iar mai tîrziu, am demonstrat-o cu ajutorul tradiționalelor procedee exacte ale geometriei (fig. 2).

HIERON

Dar după ce ai descoperit teorema pe calea raționamentelor mecanice, de ce a fost nevoie s-o mai demonstrezi cu ajutorul procedeelor geometrice tradiționale?

ARHIMEDE

La început, cînd am descoperit însăși metoda mea, printre rezultatele obținute cu ajutorul ei au fost cîteva care ulterior s-au dovedit a fi false. După ce am analizat cu grijă cazurile în care metoda mea m-a dus la rezultate greșite, astăzi am ajuns să obțin ca metoda pe care am pus-o la punct să ne conducă mereu la rezultate corecte. Dar nici astăzi n-aș fi în stare să demonstrez că toate rezultatele obținute pe această cale sînt efectiv corecte; cu timpul voi fi probabil în stare să arăt că într-adevăr totdeauna este așa; sau, în orice caz, dacă nu izbutesc eu însumi, altul va demonstra că este așa. Dar pînă ce nu va fi executată o asemenea demonstrație, nu pot acorda fără rezerve încredere metodei mele, ci controlez fiecare rezultat demonstrîndu-l și cu ajutorul metodelor obișnuite care stau în afara oricărei discuții.

HIERON

Pînă aici înțeleg. Dar în privința aplicațiilor, nu văd de ce mai este nevoie de demonstrații riguroase. Căci, după cum ai spus mai înainte, oricum modelul matematic nu constituie decît o aproximare a realității. Dacă recurgem la formule care în linii mari sînt corecte, atunci și rezultatul va corespunde în linii mari cu realitatea și oricum, este imposibil să obținem vreodată o corespondență absolut exactă — după cum ai susținut chiar tu adineaori.

ARHIMEDE

Te-nșeli, rege. Tocmai fiindcă modelul matematic nu este decît o aproximare a realității și nu descrie niciodată faptele absolut exact — tocmai de aceea trebuie să fim foarte atenți să nu accentuăm în mod inutil depărtarea dintre model și realitate printr-o mînuire superficială și lipsită de grijă a matematicii. În cazul aplicațiilor vom respecta cu severitate rigoarea matematicii — la fel ca în cercetările de matematică pură. De altfel, în ceea ce privește aproximațiile, este cu totul greșită opinia răspîndită, care susține că utilizarea procedeelor aproximative ar însemna o abatere de la rigoarea matematică. Procedeele aproximative își au și ele teoria lor exactă, și enunțurile cu privire la aproximații și inegalități pot fi demonstrate cu tot atîta rigoare ca și propozițiile care se referă bunăoară la egalități. Îți mai aduci aminte, poate, de inegalitățile pe care le-am introdus acum cîțiva ani în problema determinării ariei cercului cu raza egală cu unitatea: în privința rigurozității demonstrarea acestor inegalități nu diferă întru nimic de teoremele lui Euclid.

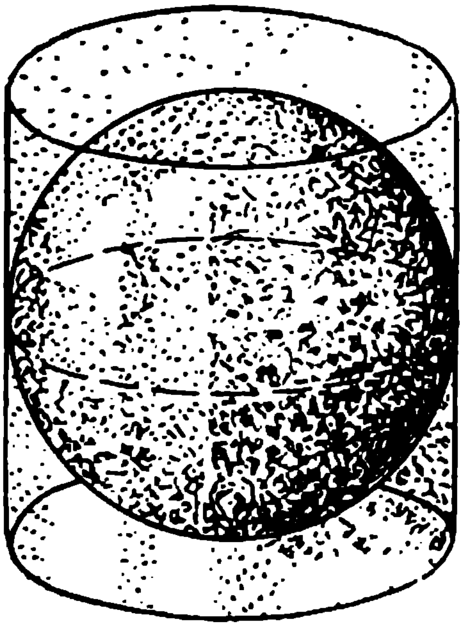


Fig. 3

HIERON

Ce alte rezultate ai mai găsit cu ajutorul metodei tale mecanice?

ARHIMEDE

Această metodă m-a ajutat să descopăr, de asemenea, și că *volumul sferei este egal cu două treimi din volumul cilindrului circumscris*,

HIERON

Am auzit că ți-ai exprimat dorința ca pe piatra ta funerară să figureze această teoremă. Asta ar însemna că tu consideri această teoremă ca cel mai important rezultat obținut de tine?

ARHIMEDE

Într-adevăr rezultatul acesta îmi este deosebit de drag; dar am totuși impresia că însăși metoda pe care am descoperit-o este mult mai importantă decît oricare dintre rezultatele concrete obținute cu ajutorul ei. Totuși, precum ți-am mai spus, nu sînt încă perfect satisfăcut de metoda mea, deoarece n-am izbutit să arăt că ea duce mereu la rezultate corecte. După cum ții minte, discutînd o dată despre pîrghii ți-am spus: *dă-mi un punct fix pe care să pot sta și voi deplasa Pămîntul din locul său.* Desigur, un asemenea punct fix nu există în lume. În matematică însă, el poate fi găsit: axiomele și logica formează laolaltă acest punct fix al matematicii. De aceea spun că demonstrațiile riguroase și logica severă sînt necesare și în procesul aplicării matematicii. A aplica matematica la lumea reală înseamnă a mișca lumea din locul ei sprijinindu-ne pe punctul fix al matematicii.

HIERON

Tu vorbești mereu de aplicarea matematicii, dar toate exemplele citate de tine se referă la aplicarea geometriei. Cred că în privința aplicațiilor geometriei, am început să înțeleg cum ar fi ele posibile. Funcționarea unei mașini depinde în mod evident de forma și dimensiunile părților care o compun; traiectoria unei pietre lansate de o catapultă este o curbă — aproximativ o parabolă, precum ai spus mai înainte; aceste exemple îmi arată cum se poate stabili o legătură între geometrie și realitate. Care este însă situația cu celelalte ramuri ale matematicii, de exemplu, cu teoria numerelor? Cu greu pot să-mi închipui că și această teorie ar avea vreo însemnătate practică. Te rog să nu mă-nțelegi greșit; nu mă gîndesc la elementele aritmeticii pe care le utilizăm la efectuarea oricărui calcul simplu; am în gînd alte operații, cum ar fi bunăoară: divizibilitatea, numerele prime, cel mai mic multiplu comun etc.

ARHIMEDE

Dacă asamblezi două roți dințate care au un număr diferit de dinți și pui întrebarea: cînd ajunge din nou acest sistem pentru prima dată în starea sa inițială — răspunsul nici nu poate fi măcar formulat fără noțiunea celui mai mic multiplu comun. Te mulțumești cu acest exemplu sau vrei să-ți mai dau și altele?

HIERON

Îmi ajunge acest unic exemplu.

ARHIMEDE

De altfel în legătură cu cele spuse mai înainte, aș vrea să-ți prezint un plan al meu. Nu de mult am primit o scrisoare de la un bun prieten, Eratostene din Cirene. În cuprinsul ei îmi relatează un procedeu simplu dar deosebit de ingenios descoperit de el pentru găsirea numerelor prime. Procedeul a fost denumit de el *„selecționarea numerelor cu ajutorul unui ciur“* Meditînd asupra metodei sale, am proiectat mașina care va realiza ciurul lui Eratostene. Mașina urmează să funcționeze cu ajutorul unor roți dințate, montată pe un ax comun: învîrtind de n ori axul cu ajutorul unei manivele (unde n este un număr nu prea mare) și privind printr-un orificiu, poți să vezi cu ochiul liber prin orificiu, numai dacă n este un număr prim. În caz contrar dintele uneia din roți ar obtura calea luminii. Astfel s-ar putea hotărî cu ajutorul acestei mașini dacă un număr dat este prim sau nu.

HIERON

Cînd se va sfîrși războiul va trebui să construiești neapărat această mașină!

ARHIMEDE

De-am apuca numai să rămînem în viață și atunci am s-o și construiesc! Va fi un lucru interesant, deoarece vom demonstra că mașinile sînt capabile să rezolve probleme de matematici. Poate atunci își vor da seama și matematicienii că merită să se ocupe de mașini, deoarece ele pot fi utile chiar și pentru propriile lor cercetări de matematică pură.

HIERON

Ce-mi spui tu îmi aduce aminte de o anecdotă referitoare la Euclid (ție-ți este desigur cunoscută). *Se spune că un elev care învăța geometria cu Euclid l-a întrebat pe profesorul său: cu ce folos mă aleg dacă voi învăța toate aceste lucruri? La care, Euclid și-a chemat sclavul și i-a spus: „dă-i omului ăsta un obol, căci el vrea să tragă foloase de pe urma celor învățate“* Această istorioară — după cum cred eu — ne arată că după opinia lui Euclid nu ar fi demn de un matematician să se preocupe de foloasele practice care ar rezulta din cunoștințele dobîndite în domeniul matematicii.

ARHIMEDE

Da, am auzit și eu această anecdotă și te va surprinde, cred, dacă-ți voi spune că sînt perfect de acord cu Euclid: în situația dată aș fi dat și eu un răspuns asemănător.

HIERON

De astă dată m-ai încurcat din nou. Pînă adineaori ai vorbit cu atîta însuflețire de aplicațiile practice ale matematicii și acum dintr-o dată ești de acord cu aceia care cred că unicul folos spre care poate să tindă un om de știință cînd se ocupă de matematică este însăși bucuria de a fi în posesia unor cunoștințe științifice.

ARHIMEDE

Și tu pare-mi-se ai înțeles anecdota despre Euclid tot atît de greșit ca și majoritatea oamenilor. E stupid să crezi că nu l-ar fi interesat pe el utilitatea practică a rezultatelor matematice și că ar fi considerat nedemnă de un om de știință o asemenea preocupare; Euclid — precum o știi prea bine tu însuți — a scris o carte despre *astronomie*, și altă carte despre *optică*; de asemenea, este autorul unei lucrări de *catoptrică* de care m-am servit la construirea oglinzilor mele. S-a ocupat mult și de *mecanică*. După cum interpretez eu această istorioară, Euclid a vrut să accentueze faptul că numai acei oameni sînt capabili să pătrundă în adîncurile matematicii care se interesează de ea nu numai pentru aplicațiile practice, ci, mai ales, de dragul însuși al științei. Matematica seamănă cu fiica ta Elena, care îi bănuiește pe toți pețitorii că n-ar iubi-o pe ea, ci o

curtează numai din dorința de a deveni ginerii regelui. Ea vrea un soț care s-o iubească numai pe ea, pentru frumusețea, pentru farmecul și strălucirea ei spirituală și nu pentru averea și puterea pe care le-ar dobîndi cineva luînd de soție pe fiica regelui. La fel și matematica: ea le permite să-i pătrundă secretele numai acelora care se apropie înflăcărați de frumusețea ei, și sînt plini de rîvnă pentru cercetarea problemelor ei teoretice. Dacă cineva întreabă la fiecare pas: „La ce bun să-mi însușesc aceasta?" — omul acela nu va ajunge departe în matematică. Ți-am spus adineaori că romanii nu vor face prea mare treabă în matematică. Acum înțelegi pe ce m-am bizuit cînd am făcut această afirmație: ei se apropie de matematică cu o perspectivă prea limitată de viziunea lor utilitaristă.

HIERON

După părerea mea noi am putea învăța cîte ceva de la romani în privința utilitarismului: am lupta cu mai mult succes împotriva lor.

ARHIMEDE

Aici nu sînt de acord cu tine. Dacă vom încerca să obținem victoria renunțînd de la început la ideile pe care tocmai noi le reprezentăm și străduindu-ne să-i imităm pe dușmanii noștri, atunci am pierdut războiul mai înainte de începerea luptei. Chiar de-am învinge — victoria noastră n-ar mai fi de nici o valoare: o asemenea victorie este mai rea decît o înfrîngere.

HIERON

Să lăsăm războiul și să ne întoarcem mai bine la matematică. Cum ajungi de fapt să stabilești un model matematic?

ARHIMEDE

Îmi vine greu să dau un răspuns general la această întrebare. Poate ne va fi de folos o comparație: modelul matematic al unei situații practice date nu este decît umbra acesteia, proiectată pe ecranul creierului.

HIERON

După cum văd filozofia ta se opune radical filozofiei lui Platon. El susține că obiectele reale sînt umbrele ideilor,

iar tu — dacă înțeleg bine — susții că ideile sînt umbrele obiectelor reale.

ARHIMEDE

Cele două concepții nu sînt chiar atît de depărtate precum se pare la prima vedere. Pe Platon l-a interesat relația dintre conceptele matematice și realitate. El a crezut că cea mai importantă sarcină a filozofiei este să clarifice această relație misterioasă. Pînă aici sînt perfect de acord cu el. În fond însă nu sînt de acord cu răspunsul pe care l-a dat în această problemă, dar oricum trebuie să recunoaștem că el a formulat în mod clar o întrebare importantă și s-a străduit să elaboreze, din punct de vedere logic, unul din răspunsurile posibile. Dar am impresia că trebuie să părăsim filozofia și să ne întoarcem la realitatea cenușie: aud că bate cineva la ușă; mă duc să deschid.

HIERON

Mai bine să-i deschid eu. A sosit cred solul meu cu răspunsul lui Marcellus... Am bănuit bine: iată răspunsul lui Marcellus în mîinile mele.

ARHIMEDE

Ce scrie?

HIERON

Citește singur.

ARHIMEDE

„Marcellus îl salută pe regele Hieron și îl vestește că va ocupa Siracuza mai înainte ca Luna nouă să se ivească pe cer. Regele Hieron se va putea încredința în felul acesta că un cetățean roman își respectă întotdeauna cuvîntul dat".

HIERON

Ce zici?

ARHIMEDE

Stilul său grecesc nu-i chiar atît de prost... Cît privește conținutul: este întocmai ce așteptam...

HIERON

Conjectura s-a dovedit a fi atît de exactă de parcă ai fi găsit-o și pe asta cu ajutorul metodei tale!

ARHIMEDE

Acum știm cel puțin ce ne așteaptă.

HIERON

Dar acum eu plec. Am nevoie de somn. Mîine trebuie să ne pregătim în vederea unui nou atac. Îți mulțumesc pentru atît de interesanta discuție...

ARHIMEDE

În ultima vreme rar am avut ocazia să discut despre matematică. Am încercat o deosebită plăcere fiindcă mi-ai oferit acum acest prilej. Și îți mulțumesc încă o dată pentru splendidul talger.

HIERON

Mă bucur că-ți place. Noapte bună, prietene, cred că un somn bun o să-ți priască și ție.

ARHIMEDE

Noapte bună, rege. Eu nu mă culc încă; vreau mai înainte să termin o scrisoare către prietenul meu Dositeu din Pelusium, despre cel mai recent rezultat obținut de mine. Acum, după ce s-a retras flota romană, este aproape sigur că vor pleca mîine vase din port. Poimîine s-ar putea ca romanii să împresoare din nou portul cu blocada lor. Deocamdată aș vrea să profit de ocazie. Poate că este ultima...

III

Limba în care este scrisă cartea naturii

TORICELLI

Permiteți-mi, doamnă, să mă prezint. Mă numesc Evangelista Toricelli, elevul abatelui Castelli... Așadar, ca matematician, sînt de fapt nepotul domnului Galilei.

D-NA NICCOLINI

Deci dumneata ești tînărul care a scris acea scrisoare entuziastă unde se declară a fi copernican și galileist?

TORICELLI

Printre tineri sîntem mulți care gîndim astfel. Am auzit de la abatele Castelli despre noua lucrare, pe care a început s-o scrie maestrul, și aș dori să vorbesc cu dînsul în legătură cu aceasta.

D-NA NICCOLINI

Bine, dar nu știi dumneata că Galilei este prizonierul Tribunalului Sfînt? Numai la cererea insistentă a marelui duce de Florența i s-a îngăduit — printr-o derogare de la procedura uzuală — să stea în arest acasă, aici în locuința soțului meu, ambasadorul marelui duce. Dar, totodată, soțul meu a trebuit să promită că nu va îngădui să i se facă oaspelui său vizite.

TORICELLI

Nu m-a văzut nimeni cînd am intrat aici. Vizita mea poate să rămînă un secret.

D-NA NICCOLINI

Fie, de data asta vom admite. Și asta numai fiindcă am încredințarea că va fi o plăcere pentru domnul Galilei să

stea de vorbă cu cineva care-i înțelege ideile. În lipsa unui auditoriu mai bun, obișnuiește să-mi vorbească mie despre cartea la care lucrează. Eu însă nu-l pot urmări prea bine în toate ideile sale. De altfel, astăzi se găsește tocmai în toane bune. Pentru prima dată după săptămîni de zile a dormit bine în noaptea care a trecut. Urmează-mă te rog. Dacă te vede cineva voi spune că ești ruda mea și ai venit să-mi faci o vizită.

TORICELLI

Vă mulțumesc doamnă, îmi faceți o mare cinste.

D-NA NICCOLINI

Poftim pe aici. Domnule Galilei, ți-am adus un musafir, care, după cum cred, o să-ți facă plăcere: Evangelista Toricelli.

GALILEI

O, ce bucurie pentru mine. Foarte frumos din partea dumitale că nu te temi să-i faci o vizită unui moșneag suspectat de erezie.

TORICELLI

Pentru mine și pentru prietenii mei, *Dialogul*, scris de dumneavoastră despre cele două sisteme mari ale lumii este ca o biblie. Am auzit de la abatele Castelli că lucrați în prezent la o nouă carte care va depăși cu mult tot ce s-a scris pînă acum despre mecanică. Am venit să aud ceva despre această lucrare.

GALILEI

De mult mi-a fost în gînd să scriu această lucrare. În urmă cu cîteva luni am prins, în fine, puțin răgaz și am putut să mă apuc de ea; dar am fost nevoit să întrerup lucrul, deoarece eram citat aici la Roma, în fața inchiziției. De cînd mă aflu aici n-am avut nici măcar atîta răgaz cît să scriu un singur rînd. Nu mai doresc nimic altceva decît să termin această carte care vreau să conțină tot ce știu despre mișcare. Tare mă tem însă că nu voi putea s-o duc la bun sfîrșit. Chiar de-aș ieși învingător din acest război, care mi-a fost impus, ar fi o victorie, „à la Pirus" dacă aș mai dispune de suficientă putere pentru a desăvîrși lucrarea proiectată.

TORICELLI

Foarte mult aş vrea să-mi spuneţi cîte ceva despre conţinutul lucrării.

GALILEI

Matematicienii greci au obţinut rezultate admirabile şi unii dintre ei — cum ar fi, de exemplu, Arhimede — au aplicat chiar aceste rezultate cu un succes strălucit la diverse probleme de ordin practic. Totuşi grecii s-au abţinut de la descrierea matematică a mişcării şi de atunci acest lucru n-a mai fost făcut de nimeni. O trăsătură esenţială a lucrării mele — dacă ea va fi dusă vreodată la bun sfîrşit, — va fi tocmai descrierea matematică a mişcării.

TORICELLI

Este într-adevăr de necrezut cum grecii nici măcar n-au încercat o asemenea descriere. De ce oare?

GALILEI

Filozofii greci au discutat mult despre problema mişcării: să ne gîndim, de exemplu, la paradoxurile lui Zenon despre *Ahile şi broasca ţestoasă*, despre *săgeata care stă pe loc*, cu care a vrut să demonstreze că mişcarea este imposibilă. Fireşte, Zenon a ştiut la fel de bine ca şi Heraclit că în natură totul se găseşte într-o permanentă stare de mişcare. În realitate, Zenon a vrut să spună că din punct de vedere logic conceptul de mişcare este contradictoriu şi că de aceea mişcarea nu poate fi tratată cu ajutorul metodelor matematice. Aristotel l-a combătut pe Zenon şi a încercat să demonstreze că paradoxurile sale conţin o eroare, dar combătîndu-l pe Zenon, Aristotel nu face decît să demonstreze numai ceea ce ştie şi orice copil, şi anume că mişcarea există. Paradoxurile lui Zenon ar putea fi într-adevăr combătute numai dacă cineva ar dovedi că — în opoziţie cu filozoful eleat — mişcarea poate fi descrisă pe cale matematică. Dar Aristotel nici măcar n-a încercat aşa ceva! Lucrarea mea — dacă va fi dusă vreodată la bun sfîrşit — va constitui prima combatere cu adevărat a paradoxurilor lui Zenon. Aristotel a afirmat acelaşi lucru ca şi Zenon; el a utilizat doar o argumentare diferită, atunci cînd a spus că tratarea problemei mişcării nici nu poate fi de competenţa matematicii. După el, ştiinţele naturii stu-

diază lucrurile care au o existență independentă, fiind totodată supuse schimbării, în timp ce matematica se ocupă cu lucruri ce nu ființează independent, dar sînt neschimbătoare; iar lucrurile care nu au o existență independentă fiind totodată schimbătoare — printre acestea fiind și fenomenul mișcării — nu pot constitui obiectul nici unei științe. Acest *veto* aristotelic a avut, timp de aproape 2 000 de ani, efectul de a-i îndepărta pe matematicieni și pe filozofi de la tratarea matematică a mișcării. Învățătura eronată a lui Aristotel a mai exercitat un efect nociv și în altă privință. Din cauza ei s-a ridicat un zid între matematică și științele naturii; numai puțini au avut curajul să treacă peste acest zid.

TORICELLI

Sînt nerăbdător să vă pot citi lucrarea. Ce rușine că maestrul este hărțuit cu tot felul de acuzații ridicole și este împiedicat să lucreze la o asemenea operă care ar deschide o eră nouă în știință. Dar să-mi permiteți o întrebare: de ce ați venit la Roma în loc să fi rămas undeva unde ați fi putut lucra la această carte fără a fi stînjenit de nimeni?

GALILEI

Ce-aș putea face cînd inchiziția m-a citat în fața ei?

TORICELLI

Ați fi putut evada undeva unde mîna inchiziției nu vă mai ajungea.

GALILEI

Cînd am venit la Roma, am mai crezut că voi putea convinge biserica de faptul că problema mișcării Pămîntului nu atinge domeniul credinței, ci se limitează la universul forțelor empirice și că tocmai de aceea biserica trebuie să-i cedeze științei dreptul de a decide. Am fost pătruns de sentimentul că nu numai față de știință, ci și față de biserică este de datoria mea să explic lucrurile: dacă biserica ia poziție în favoarea sistemului ptolemeic, atunci se va găsi în situația unui om care se îmbarcă pe un vas ce se cufundă. Și cu ajutorul *Dialogului* meu am urmărit să demonstrez același lucru. Eram încredințat că oricînd aș avea ocazia să-mi

expun personal argumentele, aş putea obţine ca biserica să-şi schimbe atitudinea în privinţa învăţăturilor copernicane. Am fost sigur că *voi reuşi să-l conving pe papa, căci l-am considerat — pe vremea cînd încă nu era decît cardinalul Maffeo Barberini — un prieten de-al meu care mi-a manifestat de atîtea ori semnele preţuirii şi ale recunoaşterii (ai auzit poate că a compus chiar o poezie care-mi este dedicată mie). L-am cunoscut întotdeauna cu reputaţia de prieten al ştiinţelor*; de altfel şi-a început pontificatul cu eliberarea nenorocitului de Campanella din închisoare. Mi-am închipuit că atunci cînd voi avea ocazia să vorbesc cu dînsul, voi fi în stare să-l conving că şi interesele bisericii cer să se dea mînă liberă cercetării ştiinţifice în problema rotaţiei Pămîntului. Dar m-am înşelat amarnic în aşteptarea mea: papa nici nu vrea să audă de mine. Duşmanii mei l-au convins că în persoana imbecilului Simplicio, care apare în dialogul meu, am avut intenţia să-l ridiculizez de fapt pe el; vechea sa prietenie s-a transformat acum în ură şi în dorinţă de răzbunare. Poate ai dreptate tinere: n-ar fi trebuit să vin la Roma, dar acum este prea tîrziu pentru regrete.

TORICELLI

Eu cred că nici acum nu ar fi prea tîrziu. Pot vorbi deschis?

GALILEI

În faţa doamnei Niccolini nu am nici un secret; nu am prieten mai bun decît dînsa. A obţinut de la părintele Riccardi, unchiul ei, permisiunea de a tipări *Dialogul* meu. Iar acum, cînd stau la dînsa, îmi poartă de grijă cum ar face o mamă cu propria ei odraslă. Mă fereşte şi de cele mai mărunte neplăceri şi tot timpul îşi bate capul cum ar putea să mă consoleze, cu ce ar putea să-mi dea forţe pentru a rezista tuturor încercărilor pe care trebuie să le suport acum la bătrîneţe. În faţa ei poţi vorbi fără grijă.

TORICELLI

Nu m-am gîndit la aceasta. Faptul că doamna Niccolini a făcut posibilă această vizită m-a lăsat să înţeleg că pot avea încredere în dînsa. Dar în zilele noastre şi pereţii au urechi.

D-NA NICCOLINI

În această casă poți vorbi fără grijă.

GALILEI

De asta poți fi sigur, tinere. Chiar zilele trecute doamna Niccolini l-a dat afară pe unul din slujitorii ei, deoarece a descoperit că este un spion al inchiziției. Dar pentru a nu mă nelinişti, mie nu mi-a spus nimic despre acest incident. Aşa a fost Caterina?

D-NA NICCOLINI

Da, şi fiindcă tot ați ghicit, vă mărturisesc că lucrurile s-au petrecut întocmai. Dar în ceilalți oameni am încredere. Sînt toți din Florența şi sînt oameni încercați. Aşadar, poți vorbi fără grijă; tot ce spui rămîne secretul nostru.

TORICELLI

Eu şi prietenii mei, care ne considerăm galileişti, am pregătit totul pentru evadarea maestrului. L-am duce mai întîi la Veneția unde ar fi, un timp, în siguranță, deoarece republica nu l-ar extrăda în nici un caz inchiziției. Însă dacă credeți că ar fi mai bine, acolo s-ar putea îmbarca pe un vas şi ar pleca, să spunem, în Olanda, unde ar putea lucra într-adevăr în totală linişte şi ar avea posibilitatea să-şi tipărească noua sa lucrare. Am avut grijă de toate detaliile; nu mai rămîne decît să dea maestrul un răspuns afirmativ şi, atunci, ne-am putea înțelege imediat şi în privința datei.

GALILEI

Gazdele mele sînt chezaşi pentru mine. Evadarea mea le-ar aduce neplăceri grave. Chiar de-aş face abstracție de altceva, această împrejurare este de ajuns pentru a mă opri să fac aşa ceva.

TORICELLI

Am avut în vedere şi asta. De aceea ne-am gîndit ca atunci cînd veți fi transportat la Sfîntul Oficiu — cu proxima ocazie — v-am răpi de pe stradă. V-am smulge astfel din mîinile inchiziției şi nimeni nu ar avea ce să reproşeze domnului ambasador Niccolini. Avem cîțiva oameni de încredere pentru care va fi o treabă uşoară să imobilizeze escorta.

GALILEI

Nici nu găsesc cuvinte să vă spun cît de mişcat mă simt la gîndul că voi, tinerii, vreţi să mă salvaţi. Dar oricît de frumos ar fi planul, el nu poate fi pus în practică, deoarece nu mai sînt destul de zdravăn pentru a suporta oboseala călătoriei. Ai auzit poate că am trecut recent printr-o boală gravă și nici acum nu mi-am recăpătat pe de-a întregul sănătatea.

TORICELLI

Ne-am gîndit şi la asta, călătoria fiind în așa fel pregătită, încît să nu vă obosească cîtuşi de puțin. Unul din prietenii mei, un medic, ar fi printre însoțitori și ar avea grijă de sănătatea domniei voastre. Itinerarul este pregătit în toate amănuntele. Între Roma şi Veneția am avut grijă să vă stea la dispoziție zilnic cîte o casă cu oameni de încredere. Pe parcurs, recunosc, n-am fi în stare să vă asigurăm confortul pe care vi-l oferă această casă. Dar, gîndiți-vă, în orice moment ar putea să vă ridice pentru ca să fiți dus în închisoarea Sfîntului Oficiu. De-aţi avea de ales între cocioaba unui onest păstor de capre şi între închisoare — nu veți sta, cred, în cumpănă.

GALILEI

Am impresia, tinere, că în ciuda bunelor intenții care te mînă, nu te poți transpune în starea unui om bătrîn. Dar să lăsăm această chestiune. Să presupunem că aș suporta oboseala călătoriei. Dar nici nu m-ai întrebat deocamdată dacă vreau să evadez?

TORICELLI

Dar nu v-ați dat seama — spuneați adineaori că n-ar fi trebuit să veniţi la Roma; eu am interpretat aceste cuvinte în sensul că, dacă vi s-ar oferi posibilitatea, ați evada. Nu este așa?

GALILEI

Nu. Simt că nu pot da înapoi; trebuie să duc pînă la capăt această luptă chiar dacă șansele mele sînt mult mai reduse decît credeam eu cînd am venit la Roma. Dacă aș fugi, dușmanii mei ar jubila și libertatea științei ar fi

pe veci înmormîntată în Italia. Tocmai din cauza voastră, în interesul tinerei generaţii, eu trebuie să rămîn pe loc.

TORICELLI

Nu înţeleg maestre. Aţi spus doar mai înainte că v-aţi înşelat închipuindu-vă că puteţi conta pe sprijinul papii. În cine aveţi deci încredere? Ştiu, de exemplu, că printre iezuiţi se găsesc unii care ştiu prea bine că domnia voastră aveţi dreptate; dar nu vă faceţi cred iluzii în privinţa lor sperînd că ar avea chiar curajul să se împotrivească papii. Zilele astea vorbeam cu părintele Grienberger; i-am spus deschis întrebarea: ce părere are despre *Dialogul* domniei voastre.

GALILEI

Şi ce a răspuns bunul părinte?

TORICELLI

Se vedea că ar fi vrut să rămînă fidel atît conştiinţei sale ştiinţifice, cît şi bisericii. A spus că el apreciază mult logica cristalină şi erudiţia domniei voastre, cea fără pereche. Deşi crede că datorită unor fraze formulate într-un mod insuficient de circumspect aţi oferit, în mod regretabil, duşmanilor un pretext pentru interpretarea denaturată a lucrării dumneavoastră, ceea ce a determinat unele personalităţi care ocupă posturi înalte să se întoarcă împotriva domniei voastre — în ceea ce-l priveşte — în ciuda propriilor sale rezerve, extrem de serioase — el însuşi nu s-a îndoit nici o clipă de intenţiile curate ale domniei voastre şi găseşte argumentarea domniei voastre deosebit de interesantă chiar atunci cînd are impresia că v-aţi lăsat furat de avînt.

GALILEI

Un răspuns foarte diplomatic, într-adevăr: îl înţelege toată lumea cum îi convine. De la asemenea prieteni precauţi nu ne putem aştepta la prea mult ajutor: în această privinţă ai perfectă dreptate. A mai spus ceva?

TORICELLI

A mai spus... A făcut o aserţiune care ar putea fi, eventual, extrem de importantă: a zis că vă consideră un bun catolic.

GALILEI

Părintele Grienberger este desigur perfect conştient de faptul că de astă dată nu este vorba de religie. Să nu te inducă în eroare, tinere, duşmanii mei care apar costumaţi în apărători ai religiei. Este adevărat că de la început au urmat această tactică şi acum, după cîteva decenii de maşinaţii, au izbutit chiar să întoarcă biserica împotriva mea şi împotriva ştiinţei; în realitate este vorba cu totul de altceva.

TORICELLI

Dar cine sînt adevăraţii duşmani ai domniei voastre şi de ce vă poartă ură?

GALILEI

Duşmanii mei adevăraţi sînt unii dintre proprii mei colegi, şi anume cei stupizi şi lipsiţi de talent — nişte pseudosavanţi care nu ştiu altceva decît să-l recite pe Aristotel; ei refuză să privească în ocularul lunetei mele — nu cumva să fie obligaţi să-şi revizuiască doctrina lor eronată. Aceştia mă urăsc fiindcă le este groază de adevăratele metode ale ştiinţei. După mine ţelul filozofiei este cunoaşterea legilor naturii şi acest scop poate fi realizat numai pe baza unor observaţii minuţioase, a experienţelor bine gîndite şi analizate cu temeinicie; aceste legi pot fi exprimate numai cu ajutorul matematicii. Pe cîtă vreme după părerea lor a face filozofie înseamnă ca unul să-i dea celuilalt la cap cu citate din Aristotel.

TORICELLI

Nu pot pricepe cum este posibil ca cineva care urmăreşte într-adevăr cunoaşterea naturii să poată respinge metoda ştiinţifică. În fond ceea ce rămîne valabil din învăţătura lui Aristotel a fost obţinut în esenţă cu aceeaşi metodă — chiar dacă nu personal de el, dar în orice caz de savanţii greci premergători lui.

GALILEI

Aşa este, şi dacă ar trăi Aristotel, el însuşi s-ar întoarce împotriva acestor pseudosavanţi care nu ştiu altceva decît să călărească vorbele. Nu uita însă că ei nu sînt mînaţi de dorinţa de a cunoaşte natura; pe ei nu-i interesează ştiinţa

însăşi, ci numai simulacrul care le-ar putea da strălucirea unui personaj înveşmîntat cu straiele omului de ştiinţă; de bună seamă de pe urma imposturii rîvnesc să beneficieze de un salariu bun. De aceea nici nu mă surprind asemenea manevre; sînt obişnuit cu încercările lor de a căuta pricină în orice scriere a mea sau în oricare dintre afirmaţiile mele. Lor le plac mai mult intrigile decît munca de cercetare; este tocmai tărîmul pe care sînt ei mai pricepuţi. Din nefericire însă intrigile acestea mă împiedică şi pe mine să lucrez. Am fost obligat să-mi sacrific anii cei mai buni pentru a mă apăra împotriva suspiciunilor şi a minciunilor răspîndite de ei, iar acum iată: sînt om bătrîn şi lucrarea proiectată de cîteva decenii n-am terminat s-o scriu.

TORICELLI

Acceptaţi planul nostru, şi veţi putea scrie şi lucrarea pe care o aşteaptă de atîta timp toată lumea care se interesează într-adevăr de ştiinţă. Nu înţeleg de ce nu v-ar fi în voia dumneavoastră să scăpaţi de această situaţie nedemnă. Nu puteţi aştepta nimic bun de la duşmanii dumneavoastră, iar prietenii nu sînt capabili să facă nimic în folosul domniei voastre. Pe ce vă mai bizuiţi?

GALILEI

Nu mă mai bizui decît pe un singur lucru: pe adevăr. Ia gîndeşte-te: de fapt ei nici nu ştiu măcar cu ce să mă acuze. *Dialogul* — la scrierea căruia m-a îndemnat printre alţii chiar şi papa — a fost prezentat după toate regulile în vigoare ale cenzurii; fiecare pagină a fost examinată cu minuţiozitate şi a fost aprobată editarea lui. Nu pot fi tras la răspundere din cauza lucrării acesteia. Se spune că cenzorul nu a fost suficient de circumspect şi că n-ar fi avut voie să aprobe editarea lucrării. Dar în ce măsură mă interesează asta pe mine şi, prin urmare, ce pot ei să-mi facă? Desigur pot interzice dialogul, şi la asta rămîn efectiv indiferent; căci între timp s-a şi epuizat... Dacă vor decide arderea dialogului, nu ştiu de unde vor mai face rost de vreun exemplar. Ar fi minunat să retipărească dialogul numai ca să aibă ce arde! Dar nici măcar nu sînt capabili să demonstreze că cenzorul nu a procedat

corect. *Eu m-am ținut în mod riguros de dispoziția cardinalului Bellarmine că nu am voie să „fac propagandă" învățăturii copernicane; în dialogul meu am relatat în mod obiectiv toate argumentele care sînt* **pro**, *dar și toate argumentele* **contra** *respectiv cele care pledează pentru sistemul ptolemeic. Oricine va citi dialogul scris de mine poate constata că am redat argumentele care pledează în favoarea imobilității Pămîntului cu mai multă forță de convingere decît oricare dintre dușmanii mei care tună și fulgeră împotriva lui Copernic.* Nu sînt eu de vină dacă argumentele acestea n-au devenit nici acum mai convingătoare: acela să arunce primul piatra în mine, care va fi în stare să aducă în favoarea imobilității Pămîntului mai multe argumente decît am adunat eu în dialogul meu. La interogatoriile de pînă acum n-am putut obține să vorbesc despre aceasta; am fost mereu întrerupt și întrebat, din nou și din nou, de ce nu am atras atenția cenzorului meu asupra faptului că în 1616 Sfîntul Oficiu se mai ocupase de aceeași chestiune. Dar asta-i ridicol: cenzorul trebuia să știe mai bine ca mine aceasta. Mi s-a răspuns însă că trebuia să fi adus la cunoștință cenzorului spusele lui Bellarmine de acum 16 ani. El nu făcuse decît să-mi aducă la cunoștință dispozițiile amintite. După aceea am fost întrebat dacă Bellarmine mi-a atras atenția asupra interzicerii doar de a face propagandă în favoarea învățăturii copernicane sau mi-a spus că „în nici un fel" nu o pot trata. Dar el nu mi-a spus de loc „în nici un fel". În această privință mai am o carte în mînă pe care n-am jucat-o încă: *am aici o scrisoare a lui Bellarmine adresată mie în care pomenește de convorbirea noastră, din care reiese doar că nu am voie să „susțin" învățăturile copernicane.*

D-NA NICCOLINI

Dar dacă adversarii dumneavoastră vor scoate la iveală un document scris în care se află tocmai contrariul, ce-o să faceți?

GALILEI

Cum îți imaginezi așa ceva? Un asemenea document nu există.

D-NA NICCOLINI

S-a mai intîmplat în istorie să se producă documente false.

GALILEI

O asemenea josnicie n-o pot presupune nici chiar la adversarii mei.

D-NA NICCOLINI

Nu uitați că cel care luptă împotriva adevărului nu-și poate permite să fie prea mofturos în alegerea mijloacelor și se cufundă tot mai adînc în desișul fără ieșire al minciunii și al calomniei. De ce s-ar da înapoi tocmai de la falsificarea documentelor?

GALILEI

Nu, așa ceva este imposibil. Sînt convins că dacă voi arăta scrisoarea lui Bellarmine voi pune definitiv la punct această chestiune. Ar fi chiar timpul, pentru că este într-adevăr straniu să fiu mereu interogat în privința unor chestiuni de formă, în timp ce pînă astăzi nici nu mi s-a pus întrebarea: „care este în fond adevărul; oare într-adevăr Pămîntul se învîrtește în jurul Soarelui, rotindu-se în jurul propriei sale axe sau stă nemișcat în centrul universului?". Dacă mi se va da prilejul să deschid o dată gura — cred că aș putea întoarce toată afacerea!

TORICELLI

Și dacă ați avea ocazia, ce ați spune, maestre? Le-ați demonstra oare, risipind orice îndoială, că învățătura lui Copernic reprezintă unicul adevăr?

GALILEI

Aș fi fericit, tinere, s-o pot face, numai de-aș fi în stare. Eu sînt convins că este așa, dar, din păcate, nu mă simt în stare să demonstrez problema în așa fel încît să nu rămînă nici o urmă de îndoială. Doar atîta sînt în măsură să demonstrez: că învățătura lui Copernic este în perfectă concordanță cu datele de observație care ne stau la dispoziție, apoi că nici un fapt cunoscut nu este în contradicție cu ea, și în sfîrșit, că toate contradicțiile aparente pot fi ușor lămurite. În schimb, după cum am reușit să demonstrez, dacă Pămîntul se mișcă, atunci noi, care ne aflăm

pe suprafaţa lui şi ne mişcăm împreună cu el, nu avem posibilitatea de a observa în mod direct această mişcare, astfel încît experienţele noastre cotidiene nu contrazic teoria copernicană. O analogie de acelaşi tip se poate face şi în privinţa formei sferice a Pămîntului. Şi această idee a fost acceptată cu greu! În epoca lui Dante s-a mai spus că această concepţie contrazice bunul-simţ. Or, şi în acest caz observaţiile cotidiene obişnuite au fost citate ca argument împotriva ideii sfericităţii; s-a spus că dacă Pămîntul ar avea forma sferică atunci oamenii de la antipozi ar sta cu capul în jos şi ar cădea. Cîte inepţii s-au scris despre aceşti antipozi! Astăzi nimeni nu-şi mai aduce aminte de această dispută şi oamenii s-au obişnuit cu ideea că Pămîntul este rotund. Nici n-au încotro! Căci ei văd cum se întorc dinspre apus navele care porniseră în direcţia răsăritului. Se împlinesc 11 ani de cînd vasul lui Magellan, „Victoria“, s-a reîntors din călătoria sa în jurul lumii. În privinţa mişcării Pămîntului nu dispunem încă de un argument la fel de palpabil şi de spectaculos; de aceea se află într-o situaţie atît de dificilă acel ce luptă pentru adevăr. A demonstra, ştiu doar atîta, că tot ce s-a invocat pînă acum împotriva lui Copernic se bazează pe neînţelegere sau pe ignoranţă. *Pot demonstra că mişcările aparente ale Soarelui, ale Lunii şi ale planetelor îşi găsesc o explicaţie mai simplă în cadrul sistemului copernican decît în cel ptolemeic. Sateliţii planetei Jupiter, inelul lui Saturn, forma de seceră pe care o ia planeta Venus şi apoi o serie de alte fenomene descoperite de mine par a susţine teoria copernicană.* Dar nici unul din aceste fenomene nu o demonstrează în mod riguros. În decursul interogatoriului a fost formulată împotriva mea acuzaţia că am scris dialogurile pentru a demonstra că adevărul este de partea lui Copernic. Cînd am răspuns la această acuzaţie afirmînd că nu am scris dialogurile cu intenţia ce mi se impută — am spus adevărul adevărat. Treceam însă sub tăcere faptul că *Dialogul* a fost scris fără asemenea intenţii, deoarece, din păcate, nu-mi stă încă la îndemînă dovada decisivă.

TORICELLI

Dar fenomenul mareelor? Nu credeţi oare că joacă un rol decisiv?

GALILEI

Cînd am scris dialogul am acordat o importanță deosebit de mare, mareelor. Trebuie să mărturisesc însă că acum, după trei ani, cînd am recitit *Dialogul*, tocmai această parte m-a nemulțumit cel mai mult. Dacă le-aș scrie din nou aș renunța la acest pasaj sau l-aș formula altfel.

TORICELLI

De ce? Felul în care ați explicat fenomenul fluxului și al refluxului cu ajutorul celor două mișcări ale Pămîntului este foarte convingător.

GALILEI

Să nu mă-nțelegi greșit: n-aș vrea să crezi că pun la îndoială veracitatea explicației pe care am dat-o fenomenului. Atît doar: mi-am dat seama că fenomenul fluxului și al refluxului poate fi explicat și el mult mai simplu prin rotația Pămîntului. Dar nici acest argument nu este mai decisiv decît celelalte.

TORICELLI

Înțeleg.

GALILEI

Văd că ești preocupat acum dacă merită să-mi creez atîtea neplăceri cînd de fapt oricum nu am putut să decid problema o dată pentru totdeauna. Nu, te rog să nu protestezi. Știu că ți-a trecut prin minte această idee. E și firesc: eu însumi m-am gîndit în ultimele luni dacă n-ar fi fost mai bine să aștept cîțiva ani. Poate am să găsesc între timp argumentul decisiv. După ce am cumpănit temeinic mi-am răspuns cu un „nu" la întrebarea pusă. Sînt bătrîn, nu mai pot aștepta mult timp, poate nici nu mai apuc să descopăr argumentul decisiv... Mă stăpînea gîndul că ce aveam eu de spus era suficient de important pentru a fi spus, chiar dacă nu constituie încă ultimul cuvînt în această problemă. Simțeam că este de datoria mea să dau în vileag tot ce știu. Dacă nu pentru altceva, cel puțin pentru a înlesni eventual cuiva să găsească pe această cale argumentul decisiv. Dar mă tem că mai sîntem departe de acest eveniment. Însăși teoria copernicană mai are nevoie de ameliorări, deoarece ea nu descrie cu toată exac-

tilatea mişcarea aparentă a planetelor: abaterile dintre teorie şi datele observaţiei nu au putut fi încă explicate.

TORICELLI

Kepler susţine că s-ar obţine o concordanţă mai bună dacă s-ar lua ca punct de plecare ipoteza mişcării planetelor pe o traiectorie eliptică — Soarele fiind situat în unul din focarele acesteia — şi dacă, mai departe, am presupune că planetele nu păstrează în mişcarea lor o viteză constantă, ci doar produsul dintre viteza şi lungimea segmentului dus perpendicular din focar pe direcţia vitezei rămîne constant.

GALILEI

Aşa spune Kepler într-adevăr? Sînt uimit: mi-a scăpat acest lucru. Dar nu cred că ar fi nevoie de aceste ipoteze. De ce să se mişte planetele tocmai pe orbite eliptice? Oare nu seamănă acestea prea bine cu epicicloidele care au fost introduse pentru cîrpirea sistemului ptolemeic? Ipoteza că planetele se mişcă cu viteze uniforme pe orbite circulare este unica pe care pot să mi-o explic din punct de vedere mecanic şi este totodată şi cea mai simplă.

TORICELLI

O explicaţie simplă nu este neapărat şi adevărată! Doar însuşi domnia voastră, maestre, i-aţi făcut de rîs pe cei care nu vor să accepte că sînt munţi pe Lună — deşi, dacă priveşti prin lunetă, munţii aceştia devin clar vizibili. Ei invocau argumentul potrivit căruia dacă pe Lună ar exista munţi, atunci Luna nu ar mai avea o formă riguros sferică, deci n-ar fi perfectă!

GALILEI

Într-adevăr este un argument ridicol; mi se pare însă şi mai ridicol argumentul cu care Clavius a încercat să salveze forma sferică a Lunii: văile din Lună ar fi, după el, umplute cu o substanţă invizibilă şi astfel, deşi pe suprafaţa Lunii se pot desluşi munţii, ea ar avea totuşi o formă perfect sferică. Jalnică sforţare! În fond aş putea afirma cu acelaşi drept că domnul Clavius are urechi de măgar — dar aceste urechi sînt alcătuite dintr-o substanţă atît de străvezie, încît ele sînt invizibile şi nu sînt acce-

sibile observației nici pe o altă cale. În privința elipselor lui Kepler, şi această ipoteză trebuie, desigur, supusă unui examen temeinic. Dacă libertatea cercetării nu va fi limitată, atunci cu timpul şi examenul acesta va fi posibil. În actuala situație eu am considerat că cel mai important este să obținem ca biserica să nu încătușeze știința în problema mişcării Pămîntului şi în privința celorlalte chestiuni referitoare la cercetarea naturii. Se spune că dialogul meu este o profesiune de credință în favoarea sistemului copernican. Iar eu răspund: scopul de căpetenie al dialogului meu este pledoaria pentru libertatea cercetării ştiinţifice. De aceea am scris dialogul şi de aceea am suportat toată prigoana pe care am stîrnit-o publicînd lucrarea mea. Cît despre învățătura lui Copernic n-am nici o grijă: mai curînd sau mai tîrziu adevărul va ieşi la iveală. Tare mă tem însă că de nu voi reuși să obțin în acest proces un cîștig de cauză pentru adevărul susținut de mine — cercetarea va fi împiedicată pe timp îndelungat, cel puțin la noi în Italia. Şi cu ce s-ar îmbunătăți situația, dacă eu personal fug în Olanda? Fără să mai pun la socoteală că-mi vine greu să-mi imaginez cum aș putea începe o altă viață la bătrînețe — o asemenea comportare ar însemna să renunț la luptă mai înainte de a fi fost învins. Cît timp mai trăiește în mine o umbră de speranţă, nu voi face aşa ceva. Te rog să transmiți salutările mele prietenilor dumitale: mi-a făcut într-adevăr mare plăcere să ştiu că mai sînt oameni care se preocupă foarte mult să-mi vină în ajutor.

TORICELLI

Totdeauna puteți conta pe mine și pe prietenii mei. Vom face oricînd tot ce ne stă în putință. Dacă mai amînăm prea mult realizarea planului nostru, mă tem însă că va fi prea tîrziu. La revedere maestre. Şi dacă v-ați schimbat hotărîrea în problema planului nostru, sau dacă v-aș putea fi de folos în orice altă privință, vă rog să-mi trimiteți vorbă.

GALILEI

La revedere, dragă prietene. Mulțumesc că ai venit; şi-ți mulțumesc, de asemenea, pentru tot ce ai vrut să faci pentru mine. La revedere!

D-NA NICCOLINI

Am să vă conduc eu... Ce tînăr drăguț este acest Toricelli... Gustați vă rog, domnule Galilei, aceste piersici din Florența, priviți cum vă zîmbesc... Să dați uitării toate grijile... Am ascultat cu multă plăcere discuția, deși n-am reușit totdeauna s-o înțeleg. Cînd veți avea o dată un răgaz, am să vă rog și eu să-mi explicați cîte ceva.

GALILEI

Aș fi foarte bucuros s-o pot face chiar acum! E plăcut pentru mine să-ți dau explicații Caterina, căci tu ai o minte sănătoasă, pe care n-au stricat-o savantlîcurile scolastice.

D-NA NICCOLINI

Dar n-ați prefera să vă odihniți? Oare nu v-a obosit discuția?

GALILEI

De loc... cel mult m-a răscolit... Totuși mă simt odihnit și voi sta de vorbă cu multă plăcere cu dumneata, despre tot ce vrei. Spune-mi așadar ce te interesează.

D-NA NICCOLINI

Nu înțeleg de ce spuneți că sînteți convins despre adevărul învățăturii lui Copernic, deși nu sînteți în stare s-o demonstrați. De vreme ce n-o puteți demonstra cum este posibil să fiți convins că doctrina este adevărată? Iar dacă aveți motive temeinice să credeți adevărul ei atunci la ce mai este nevoie de alte demonstrații ulterioare?

GALILEI

Iată o întrebare dificilă la care nu se poate răspunde cu un cuvînt-două. Pentru a da un răspuns satisfăcător trebuie să-ți explic în ce constă esența metodei de cercetare științifică. Dar înainte de a începe aș vrea să te întreb eu ceva, despre o chestiune care mă preocupă. Spune-mi, te rog, cum ți-ai dat seama că servitorul dumitale mă spionează?

D-NA NICCOLINI

Îți povestesc cu plăcere — din moment ce oricum ai ghicit ce s-a întîmplat. Mi-a dat de bănuit faptul că Giu-

seppe (așa-l chema pe derbedeu) dispărea din cînd în cînd cîte o oră. Iar vinerea trecută, cînd mă duceam la piață, iată că-l văd sub bolta unei porți șușotind ceva cu un călugăr dominican. Mi-a devenit suspect, dar, desigur, nu aveam încă certitudinea. M-am gîndit să-l pun la încercare. Am băgat pe unul din șoimii mei într-un sac și l-am rugat pe părintele Castelli să ne expedieze sacul, sub cuvînt că-l trimite domnului Galilei. Cînd s-au făcut auzite cîteva bătăi în ușă, l-am trimis pe Giuseppe să deschidă. După cîteva minute am fost lîngă el, și ce să văd? Șoimul meu zburînd încoace și încolo în anticameră, iar Giuseppe cu fața plină de sînge încerca să pună mîna pe el. Eram aproape sigură că am dreptate, dar mai stăruia totuși în cugetul meu îndoiala: poate nu e spion; o fi numai de felul lui curios peste măsură. Am hotărît atunci să mai fac o încercare. I-am scris o scrisoare arhiepiscopului Ascanio Piccolomini, în care i-am povestit despre starea sănătății domnului Galilei; am lăsat scrisoarea dintr-adins pe masă, apoi am vărsat cerneala pe podea. L-am chemat pe Giuseppe să șteargă cerneala de pe jos, iar eu m-am dus pe terasă și m-am așezat cu spatele la el, urmărindu-i mișcările într-o mică oglindă venețiană. Am văzut atunci că nemernicul citea scrisoarea cu sîrguință; ba pe deasupra mai lua și note. Acum eram sigură că am dreptate, dar pentru o ultimă verificare l-am chemat a doua zi și l-am întrebat: „Giuseppe, tu știi să scrii și să citești?“ El mi-a răspuns că nu știe nici măcar să se iscălească. Atunci i-am spus verde: „Șterge-o din casa mea; n-am nevoie de asemenea buturugă netrebnică“ Dar nu știu de ce-l mai plictisesc pe domnul Galilei cu poveștile astea...

GALILEI

Nu mă plictisești de loc! Din ce mi-ai relatat îmi dau seamă că ai mai multă înclinație pentru cercetarea științifică, deși nu te-ai ocupat niciodată de ea, decît toți peripateticienii Universității din Padova, luați împreună. În fond, ce ai făcut dumneata? Ai observat că Giuseppe dispare adesea din casă și ți-ai pus întrebarea: din ce cauză oare? Cînd ai văzut că șușotește cu un dominican ai emis o ipoteză, și anume că Giuseppe este un spion. După aceasta, fără să mai zăbovești de pomană așteptînd să se ivească

un alt caz, ai elaborat ideea unui nou experiment cu șoimul. Ți-ai spus: dacă Giuseppe este spion — va deschide sacul. Ei bine, l-a și deschis. Cineva care judecă superficial ar fi putut considera că, prin aceasta, bănuiala care țintea persoana a și fost demonstrată. Dumneata însă ți-ai pus întrebarea: comportarea lui Giuseppe nu poate oare fi motivată și altfel decît prin intenția de a iscodi? Atunci ai răspuns pe dată: da, ea poate fi explicată și prin aceea că Giuseppe are o fire curioasă. Ți-ai dat seama, așadar, că deși experimentul a dus la rezultatul dorit, nu este totuși decisiv. Ai elaborat atunci proiectul unui nou experiment, cel cu scrisoarea. Rezultatul a fost din nou cel așteptat. Cu toate acestea ai mai făcut și o ultimă probă: l-ai întrebat pe Giuseppe dacă știe să scrie și să citească. Deoarece Giuseppe a negat, de aici te-ai și convins că este spion și l-ai îndepărtat imediat. Cel care cercetează secretele naturii trebuie să procedeze, în esență, la fel. Pe baza observațiilor stabilește o ipoteză: încearcă apoi s-o verifice cu ajutorul unor experiențe pregătite cu grijă. Nu este suficient să asculți cuvintele pe care le rostește natura din vreme în vreme, așa la întîmplare — natura trebuie supusă unui interogatoriu. Dacă experiența nu dă rezultatul așteptat în funcție de ipoteză, atunci ipoteza va cădea. Dar dacă rezultatul este cel scontat — prin aceasta ipoteza nu este încă demonstrată și experimentatorul trebuie să pună întrebarea: nu poate fi oare explicat rezultatul și pe altă cale? Dacă găsim o asemenea explicație diferită, deci altă ipoteză care permite, de asemenea, explicarea rezultatului experienței, atunci trebuie să născocim o nouă experiență care să dea rezultate diferite, după cum prima sau a doua ipoteză este valabilă. Dacă rezultatul acestei noi experiențe este iarăși în acord cu prima noastră ipoteză, dar contrazice pe cea de-a doua, atunci aceasta din urmă trebuie eliminată sau cel puțin modificată.

D-NA NICCOLINI

Dar acest procedeu nu ajunge niciodată la un sfîrșit. Se pot găsi mereu explicații sofisticate care să „explice" rezultatele tuturor experiențelor efectuate pînă atunci. De exemplu, faptul că Giuseppe mi-a citit scrisoarea mai

poate fi explicat prin firea sa curioasă; desigur, faptul că a luat și note nu mai poate fi motivat la fel, dar îmi închipui că s-ar putea găsi vreo altă explicație, forțată, și pentru această comportare, de exemplu că i-au plăcut anumite trăsături de stil ale scrisorii și de aceea le-a copiat. Iar dacă a tăgăduit că știe carte, se poate spune că i-a fost teamă nu cumva să-l pun să copieze diverse scrieri. Înseamnă oare asta că ipotezele care se referă la natură pot fi, în cel mai bun caz, combătute, dar niciodată demonstrate?

GALILEI

Nu asta e semnificația. Fără îndoială, pentru a explica rezultatul fiecărui experiment, care contrazice ipoteza inițială, putem modifica datele ei; le vom suci și învîrti în așa fel, încît, în aparență, contradicția să fie eliminată. Dar nu este același lucru dacă pot fi prevăzute pe baza unei ipoteze simple rezultatele a numeroase experiențe, independente între ele sau dacă ulterior cineva introduce modificări forțate cu scopul de a salva ipoteza pe care o contrazic experiențele. Orice experiență nouă, care duce la rezultate prevăzute în baza ipotezei noastre și care nu poate fi pusă în concordanță cu ipoteza opusă decît în urma unor cîrpeli ulterioare, ne întărește credința că ipoteza este adevărată. Un număr mai mare de asemenea experiențe care concordă între ele pot duce la întărirea convingerii noastre că ipoteza inițială este adevărată, chiar dacă nu dispunem de o dovadă decisivă.

D-NA NICCOLINI

Încep să înțeleg. Dacă văd că degeaba mai cîrpesc o cămașă veche și uzată deoarece se rupe din nou într-alt loc, atunci îmi dau seama că nu merită să mai fie cîrpită, ci trebuie aruncată. Dar, nu mi-ați răspuns încă la întrebarea dacă putem vreodată să obținem certitudinea absolută în privința ipotezelor noastre cu privire la fenomenele din natură.

GALILEI

De fapt, ipotezele fizice care se referă la natură] nu pot fi niciodată demonstrate așa cum se procedează în cazul teoremelor matematice. Acolo, pornind de la anumite

ipoteze de bază — axiomele — deducem teorema cu ajutorul unui lanț de operații logice. Iar ipotezele despre fenomenele din natură sînt de fapt axiome; or axiomele nu se demonstrează nici în matematică. Nici axiomele geometriei nu pot fi demonstrate, ne putem convinge de certitudinea lor numai prin aceea că geometria construită pe baza lor descrie în mod corect spațiul în care trăim. Ipotezele fizice, de asemenea, nu pot fi verificate, în general, pe cale directă. N-avem altceva de făcut decît să deducem de aici consecințele cu privire la fenomenele accesibile observației și care pot fi supuse unei verificări experimentale, și ca atare, să verificăm în mod efectiv aceste consecințe. Deducerea consecințelor din ipoteze se face însă cu metode matematice, și anume considerînd ipoteza noastră ca o axiomă și cercetînd consecințele acesteia cu rigoare matematică.

D-NA NICCOLINI

Acum încep să înțeleg de ce este nevoie de matematică în cercetarea naturii.

GALILEI

Pînă acum am vorbit doar de una din cauzele pentru care matematica este indispensabilă pentru cunoașterea naturii. Dar mai există și altă cauză, mai „determinantă“ decît prima, și anume: legile fundamentale ale naturii nici nu pot fi exprimate altfel decît într-o formă matematică, îmbrăcînd deci haina unor expresii cu caracter formal în care apar relații matematice între mărimi fizice caracterizate cu ajutorul numerelor. Cu alte cuvinte: *marea carte a naturii poate fi citită numai de acela care cunoaște limba în care este scrisă această carte, și această limbă este: matematica.* Cei care nu fac decît să pălăvrăgească despre natură în loc s-o supună observației, și în loc s-o determine, cu ajutorul experiențelor, să vorbească, aceia nu vor cunoaște niciodată cu adevărat natura. Dacă reușim însă să determinăm natura să vorbească, atunci ea se va exprima în limba matematicii și dacă nu înțelegem această limbă, atunci degeaba am mai determinat-o să vorbească! Nu vom înțelege ce spune. Și nu este suficient să cunoască cineva această limbă superficial (numărul acestora este din

nefericire destul de mare), căci atunci se poate întîmpla foarte uşor să înţeleagă greşit ceea ce-i spune natura şi de-ar vrea să-şi exprime propriile sale idei în limba matematicii nu-i va ieşi din gură decît o penibilă bîlbîială. Printre filozofii cercetători ai naturii mulţi au despre matematică idei stranii — aş putea spune chiar barbare. Astăzi nu se mai poate nega că este nevoie de matematică, dar unii cred că în cercetarea naturii nu este nevoie de o cunoaştere foarte adîncă a matematicii. Aceşti oameni cu un orizont îngust susţin că ei au nevoie doar de rezultatele finale şi nu au nici timp, nici răbdare să se încurce cu formularea şi cu demonstrarea exactă a teoremelor. Atitudinea este tot atît de stupidă ca şi cînd cineva ar spune: „să tăiem rădăcinile copacului, să-i tăiem şi frunzele, deoarece noi nu avem nevoie decît de fructele sale". Matematica formează însă un întreg organic şi cel ce vrea să beneficieze de roadele sale trebuie să fie încunoştinţat de acest lucru, indiferent dacă-i convine sau nu.

D-NA NICCOLINI

Nu înţeleg cum este posibil să rîvnească cineva să utilizeze matematica şi totuşi să ignore, ba chiar mai mult, să duşmănească spiritul ei. În ceea ce mă priveşte, nu sînt decît o începătoare şi n-am alte cunoştinţe de matematică în afară de cele aflate de la domnul Galilei în cursul convorbirilor noastre; ar fi deci o lipsă de modestie din partea mea dacă mi-aş spune părerea într-o asemenea chestiune serioasă. Totuşi, am observat şi eu cîte ceva, însă nu vreau să vă plictisesc; domnul Galilei ştie şi aşa mult mai bine tot ce aş vrea să spun.

GALILEI

Nu, te rog să-mi împărtăşeşti fără reticenţe ce ai observat, mă interesează foarte mult. Ochiul dumitale imparţial vede adesea lucruri pe care le-au scăpat din vedere mulţi colegi de-ai mei savanţi.

D-NA NICCOLINI

Am observat că nu sînt de fapt în stare să înţeleg cu adevărat o teoremă matematică pînă cînd nu i-am digerat în întregime şi demonstraţia. Ba mai mult, s-a întîmplat de multe ori să nu înţeleg o teoremă în întregime

decît atunci cînd domnul Galilei mi-a demonstrat-o pe altă cale, cu totul diferită de prima. Cînd s-a întîmplat pentru prima dată ca domnul Galilei să fi prezentat mai multe demonstrații pentru aceeași teoremă, mărturisesc sincer că nu am înțeles de ce nu ajungea o singură demonstrație. Dar abia după aceea mi-am dat seama că o succesiune variată de demonstrații este într-adevăr utilă. Nu este suficient să privești o statuie dintr-un singur unghi — ea trebuie cercetată din mai multe unghiuri. Desigur, înțeleg și eu de ce se codește cineva în fața unor demonstrații dificile: lanțul lung și întortocheat al argumentelor pe care a trebuit să-l urmăresc pas cu pas m-a speriat adesea și pe mine. Am avut senzația că escaladez peretele unei prăpăstii — avansînd către vîrf și privind mereu numai în fața picioarelor de teama să nu alunec. O dată ce-am ajuns însă pe pisc și am izbutit să cuprind cu privirea nu numai drumul parcurs, ci și întreaga panoramă ce se deschidea în fața mea — m-am simțit totdeauna răsplătită pentru efortul depus. La început m-am angajat pe cărarea demonstrațiilor dificile numai de dragul acestei panorame finale, dar în ultimul timp am observat că înseși întorsăturile neașteptate, surprinzătoare și spirituale, ale demonstrațiilor, produc o delectare — o bucurie comparabilă cu cea pe care mi-o dă muzica frumoasă. Cred că alpiniștii se află într-o situație analogă: la început se încumetă la o încercare dificilă puterilor, numai în speranța unei frumoase perspective finale; dar pe măsură ce cîștigă experiență, ei vor găsi bucuria chiar în actul escaladării, în sentimentul de a fi învins obstacolele, și de a găsi noi modalități de soluție.

GALILEI

Nici nu-ți dai seama cît de mult mă bucură tot ce mi-ai spus. În decursul îndelungatei mele existențe numai puțini elevi m-au înțeles atît de bine și au pătruns în felul acesta adevăratul spirit al matematicii. Tocmai de aceea îmi place să-ți dau explicații dumitale. Ori de cîte ori îți relatez o noutate, caut mereu privirea dumitale. Aștept momentul în care ți se luminează ochii, deoarece urmărindu-ți expresia eu știu că ai înțeles esența problemei. Ca profesor, această licărire a ochilor a fost totdeauna pentru mine un

mare prilej de bucurie; este un semn care poate fi comparat cu focul din sobă, care izbucnește dintr-o dată după ce l-ai ințețit un timp oarecare. Sînt unii care pun accentul în predarea matematicii pe memorarea și pe aplicarea mecanică a regulilor, pe rutina mecanică. După părerea mea ei sînt doar nişte cîrpaci; un astfel de învățămînt nu are prea mare valoare. Profesorul adevărat pune accentul înainte de toate pe întrebarea „de ce“, pe înțelegere. El se străduiește să-și educe elevii în spiritul unei gîndiri independente. Cel care învață numai rețete, în loc să tindă la o adevărată înțelegere a matematicii, acela, de cele mai multe ori, nu va fi nici măcar în stare să aplice în mod corect aceste rețete; deoarece chiar procedeul de calcul nu poate fi bine pus în aplicare decît cu ajutorul gîndirii. Cel care calculează mecanic în loc să gîndească se pierde de cele mai multe ori în calcule prea complicate și adesea nici nu ajunge la rezultatul de care ar fi avut nevoie și astfel, chiar dacă cel ce lucrează în acest mod nu a comis nici o eroare, rezultatul său nu va fi bun la nimic. La ce ai spus dumneata aș vrea numai să adaug două observații. Matematica este într-adevăr utilă — ba mai mult, ea este de-a dreptul indispensabilă și atunci cînd vrei să cunoști natura, dar și în cazul în care vrei să pui forțele naturii în slujba ta, cu ajutorul mașinilor. În afară de asta, matematica mai este şi interesantă și frumoasă: ea constituie o splendidă și pasionantă aventură a spiritului uman. Dar eu cred că frumusețea intrinsecă a matematicii nu este ceva secundar şi accesoriu, ci aparține chiar esenței matematicii. Adevărul cel adevărat este întotdeauna frumos și veritabila frumusețe reprezintă întotdeauna adevărul. Vechii greci ştiau foarte bine acest lucru. Tocmai această interdependență nu este luată în seamă de oamenii despre care am spus adineaori că profesează opinii barbare despre matematică. Ori le lipsește un fel de simț muzical indispensabil pentru a fi în măsură să aprecieze frumusețea matematicii, şi nici nu ajung s-o descopere, sau — chiar dacă o întrezăresc — privesc această frumusețe cu suspiciune. Ei cred că frumusețea este un lux de care ne putem lipsi; refuzînd s-o accepte, ei cred că se apropie mai mult de realitate. Se complac în postura omului practic, privindu-i cu dispreț pe cei care sînt pătrunși de adevăratul spirit matematic:

10. Moartea lui Arhimede

GALILÆUS GALILÆI LYNCEUS
PHILOSOPHUS et MATHEMATICUS
Ser.mi Hetruriæ magni Ducis.

11. Galilei

12. Euclid

13. Dispută între Aristotel, Ptolemeu și Copernic

14. Ahile și Ajax jucînd zaruri.

îi zeflemisesc şi spun despre ei că umblă cu capul în nori. Or, nimic nu este mai puţin întemeiat decît această atitudine trufaşă — prin asta se străduiesc să-şi ascundă îngustimea spiritului. Această trufie seamănă cu cea a lui Alexandru Machedon, care a tăiat nodul gordian cu sabia, în furia sa neputincioasă — fiindcă nu reuşise să-i deslușească secretul. La curtea desfrînată a despoţilor barbari din Orient, ştiinţa şi arta erau doar un lux. La grecii antici însă, arta şi ştiinţa constituiau deopotrivă o parte organică a vieţii şi fiecare dintre ele cu mijloacele-i specifice stătea în slujba realizării aceluiaşi scop: prin intermediul său, omul să se cunoască pe sine şi lumea în care trăieşte. După două mii de ani, am ajuns din nou la punctul în care trebuie să luăm lucrurile de unde le-au lăsat grecii. Trebuie să le reluăm de la Arhimede.

D-NA NICCOLINI

Aveţi dreptate, artiştii noştri fac şi ei acelaşi lucru. Dar mi-aţi spus că aveţi de formulat două observaţii; care este a doua?

GALILEI

A doua observaţie pe care vreau s-o fac este strîns legată de prima. Am vorbit pînă acum de frumuseţea matematicii, de satisfacţia pe care ţi-o oferă matematica şi care este strîns înrudită cu bucuria pe care ţi-o dă arta, frumuseţea pură, de bucuria cunoaşterii adevărate, bucurie pe care o trădează aprinderea unei luminiţe în ochi. Dar această bucurie nu se obţine gratis: trebuie să trudeşti din greu ca să-ţi fie dată. Comparaţia dumitale cu alpinistul este atît de nimerită, tocmai fiindcă redă şi acest aspect al problemei. În matematică, nimeni nu poate ajunge departe fără un serios efort intelectual. Cel care a gustat însă bucuria cunoaşterii pure, frumuseţea intrinsecă a matematicii, acela va fi gata să depună eforturi serioase de dragul ei. Unul din ţelurile cele mai importante către care trebuie să tindă predarea matematicii constă în stîrnirea unei adevărate plăceri la cei ce învaţă şi doresc să stăpînească această ştiinţă, precum şi educarea gîndirii logice, disciplinate, în vederea unui efort intelectual susţinut — fără de care nu se poate face nici o treabă în mate-

matică. Totodată însă cine și-a însușit arta gîndirii logice în tiparele matematicii va beneficia de utilitatea ei în toate domeniile vieții.

D-NA NICCOLINI

Deci dumneavoastră nu sînteți de acord cu cei care spun că nu e bine ca tot omul să gîndească cu propriul său cap, deoarece aceasta duce la haos, ci mult mai bine este să se țină toată lumea de autoritatea recunoscută.

GALILEI

Toată existența mea nu a fost decît o luptă permanentă împotriva unor asemenea opinii; în fond și acum mă aflu pe banca acuzaților tocmai din această cauză. Am să-ți dau doar un singur exemplu: Aristotel a crezut că pentru a întreține mișcarea este nevoie ca forța să acționeze în permanență; această părere este însă eronată: cea mai importantă teză în lucrarea pe care o scriu, teză verificată de un număr imens de observații, postulează tocmai că *este nevoie de acțiunea unei forțe numai pentru a schimba viteza mișcării; dacă nu acționează nici o forță asupra mobilului, atunci corpul își păstrează viteza neschimbată.* Timp de aproape 2 000 de ani, oamenii au fost împiedicați să remarce fenomenul acesta elementar — fără de care nu poate fi înțeleasă esența mișcării — deoarece au avut mai mare încredere în autoritatea lui Aristotel decît în mărturia ochilor. Eu am încercat să gîndesc cu capul meu propriu și numai acestuia îi pot mulțumi că am obținut anumite rezultate. Dar gîndirea independentă este necesară nu numai în domeniul științei, ci și în toate împrejurările vieții! După părerea mea, oamenii nu sînt oi care să poată fi siliți cu ajutorul cîinilor ciobănești să se întoarcă la strungă. Oamenii se deosebesc de animale, în primul rînd, prin capacitatea lor de gîndire și de judecată. Aceia care nu vor ca oamenii să gîndească cu propriul lor cap vor de fapt să-i degradeze la nivelul animalelor. Dar am impresia că ne-am abătut prea mult de la tema discuției noastre. Nici nu mai știu dacă ți-am răspuns la întrebare sau nu.

D-NA NICCOLINI

Nici acum nu-mi este încă destul de clar, la ce v-ați gîndit atunci cînd i-ați spus lui Toricelli că nu găsiți încă

argumentul decisiv în favoarea teoriei copernicane. Din ce-ați spus adineaori rezultă că un argument decisiv nici nu poate fi închipuit.

GALILEI

În această privință te înșeli, doamnă. Un argument care să demonstreze falsitatea ipotezei potrivit căreia Pămîntul stă nemișcat în centrul universului iar Soarele se mișcă în jurul Pămîntului poate fi imaginat foarte bine. Dar cînd am vorbit de argumentul decisiv al teoriei copernicane, m-am gîndit la o asemenea observație sau experiență care nu poate fi explicată în mod rațional în nici un fel cu ajutorul cosmogonici ptolemeice. Eu am căutat mereu un astfel de argument. Pentru a înțelege dificultatea specifică a chestiunii n-ai decît să te gîndești la următoarea experiență. Imaginează-ți că te-ai afla pe o navă, închisă într-o cabină fără geamuri; trezindu-te noaptea nu ești în stare să stabilești dacă nava stă pe loc sau dacă se mișcă pe o traiectorie dreaptă cu viteză constantă. Cît timp vei sta închisă în cabină, nu vei putea stabili în care dintre cele două stări te afli nici chiar dacă îți stau la dispoziție instrumente și instalații experimentale adecvate. Dacă, de exemplu, lași un obiect să cadă, acesta va cădea la fel indiferent dacă corabia stă pe loc sau se mișcă. Vei remarca desigur, imediat, dacă nava își schimbă mersul — indiferent dacă e vorba de o schimbare de direcție sau de viteză. Cît timp vasul se mișcă cu o viteză constantă în linie dreaptă, mișcarea sa nu putea fi constatată din interiorul cabinei. Desigur, dacă ar avea cabina geamuri și dacă s-ar vedea țărmul, ai putea stabili dacă ea se găsește în stare de mișcare în raport cu țărmul. Dacă te-ai afla însă în larg, unde țărmul nu se mai zărește, și n-ai vedea pe geam decît un alt vas, ai constata că nava pe care te afli se deplasează față de vasul de alături — din nou nu mai poți stabili dacă vasul dumitale se mișcă, sau celălalt, sau ambele.

D-NA NICCOLINI

Înțeleg, dar teoria copernicană susține că Pămîntul se mișcă în jurul Soarelui nu pe o traiectorie dreaptă, ci pe o orbită circulară. Oare nu se întîmplă și aici la fel ca în

cazul navei, a cărei mişcare poate fi sesizată, precum ai spus, şi în cabina închisă dacă nava îşi schimbă direcţia?

GALILEI

Dacă vasul îşi schimbă direcţia foarte lent atunci mişcarea lui, de asemenea, nu poate fi remarcată; nu percepem decît schimbarea bruscă a direcţiei. Pămîntul ocoleşte Soarele în cursul unui singur an aşa fel, încît în decurs de cîteva ore direcţia să se schimbe în mod imperceptibil. Iată ce îngreunează observarea ei.

D-NA NICCOLINI

Dar cum stăm cu mişcarea de rotaţie a Pămîntului în jurul propriei sale axe? Dacă am înţeles bine, după Copernic, Pămîntul execută o asemenea rotaţie completă în decursul unei zile. Dar această rotaţie n-ar putea fi ea oare sesizată în mod direct?

GALILEI

După cum ai pus întrebarea, îmi dau seama că ai înţeles perfect ce fel de dovadă decisivă caut eu. Dar, precum ţi-am mai spus, nu am găsit-o încă. Sînt totuşi pe deplin încredinţat că mai repede sau mai tîrziu ştiinţa va găsi o astfel de dovadă decisivă.

D-NA NICCOLINI

N-am înţeles foarte bine de ce aţi spus adineaori că legile naturii pot fi formulate numai în limba matematicii. Ar fi mai clar dacă mi-aţi da un exemplu.

GALILEI

Vino la geam. Priveşte această bilă; îi dau drumul şi o las să cadă. Urmăreşte cu atenţie cum va cădea, de aici, din geamul de la etaj. O vezi cum cade? Ce observi?

D-NA NICCOLINI

Cade parcă din ce în ce mai repede.

GALILEI

Aşa este, dar cum anume i se accelerează viteza? În spatele acestui fenomen se ascunde o lege, minunată în simplitatea ei: comparînd intervalele parcurse de bilă în intervale de timp egale, atunci vei observa că acestea se

află între ele în același raport ca și numerele impare; cu alte cuvinte, bila parcurge în a doua secundă o traiectorie de 3 ori mai lungă ca în prima secundă, în a treia secundă un interval de 5 ori mai lung, iar în a patra secundă de 7 ori mai lung decît în prima, și așa mai departe. Cu alte cuvinte, corpul în cădere execută o mișcare uniform accelerată sau, altfel spus, o mișcare uniform neuniformă. Scolasticii s-au ocupat și ei de mișcările de acest gen, dar nu le-au tratat pe cale matematică. Or, o asemenea mișcare nu poate fi cu adevărat înțeleasă fără matematică.

D-NA NICCOLINI

Într-adevăr foarte interesant.

GALILEI

Dar așteaptă, nu am isprăvit încă tot ce am avut de spus despre corpurile în cădere. Ceea ce am spus pînă acum poate fi exprimat, cu alte cuvinte, și în felul următor: viteza corpului în cădere crește direct proporțional cu timpul. Să examinăm acum care este lungimea segmentului parcurs de corpul în cădere de la începutul mișcării și pînă la un moment arbitrar? Dacă notăm cu litera a segmentul parcurs în prima secundă, atunci — precum am mai spus — segmentul parcurs în a doua secundă trebuie notat cu $3a$, așadar, în două secunde corpul parcurge în total un segment de lungimea $a + 3a = 4a$. Mai ții minte din cele ce am spus cît de lung este segmentul parcurs în secunda a treia?

D-NA NICCOLINI

Cum să nu: $5a$; așadar, în 3 secunde va parcurge un segment de lungimea $4a + 5a = 9a$. Și deoarece, după cum ați mai spus, în a patra secundă parcurge un segment de $7a$, rezultă că în 4 secunde va parcurge în total un segment lung de $16a$.

GALILEI

Așadar, corpul în cădere va parcurge în 2 secunde un segment de $4a$, în 3 secunde un segment de $9a$, în 4 secunde un segment de $16a$. Nu remarci în aceste numere o regularitate?

D-NA NICCOLINI

Am impresia că pătratul numărului de secunde ne arată de cîte ori a parcurs corpul în cădere un segment mai lung (socotit de la începutul căderii) în comparație cu segmentul parcurs în prima secundă. Așa este?

GALILEI

Ai nimerit bine și trebuie să adaug că această dependență este valabilă nu numai atunci cînd secundele sînt un număr întreg, ci și pentru orice valoare a intervalelor de timp.

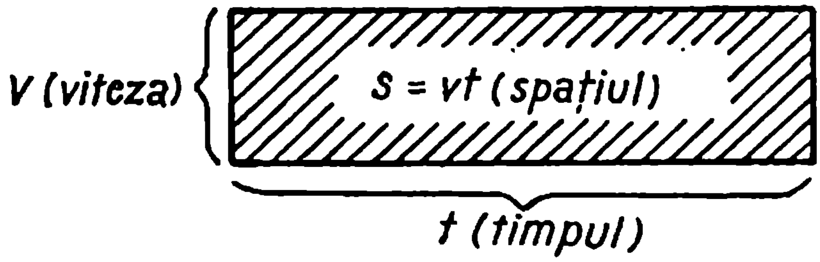


Fig. 4 Mișcarea uniformă

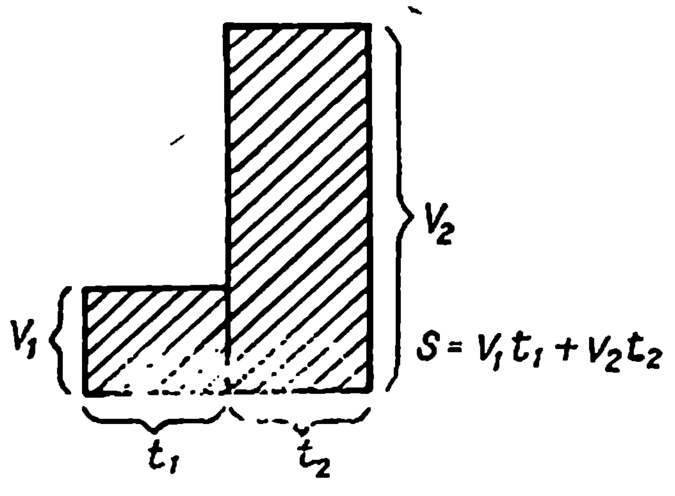


Fig. 5 Mișcarea uniformă pe intervale finite de timp

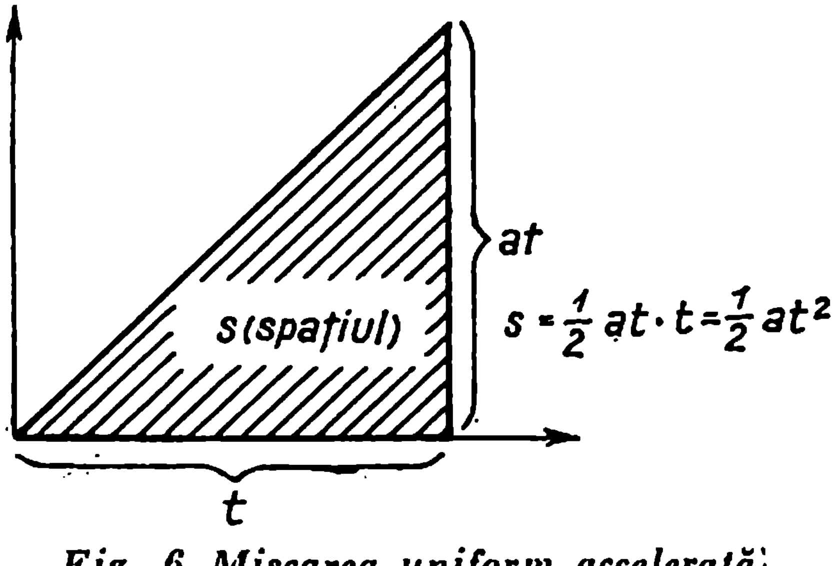


Fig. 6 Mișcarea uniform accelerată

D-NA NICCOLINI

Cum ne putem convinge de acest lucru, în mod general?

GALILEI

Foarte simplu. Ducem o linie dreaptă, și alegem pe ea un punct de reper, pentru a reprezenta momentul în care începe mișcarea (fig. 4, fig. 5, fig. 6). Alegem apoi un segment arbitrar care va reprezenta unitatea de timp. Astfel, fiecare punct al dreptei, situat la dreapta punctului de reper, va reprezenta cîte un moment, și anume momentul în care se

găsește mobilul după un interval măsurat de la momentul inițial al căderii. Să construim acum în fiecare din punctele ce reprezintă momente segmente perpendiculare pe dreapta dată, segmente a căror lungime să fie egală cu mărimea vitezei pe care o are mobilul în momentul respectiv. Deoarece viteza crește proporțional cu timpul, capetele libere ale acestor segmente vor fi situate pe o dreaptă care trece prin punctul de reper, prin origine.

D-NA NICCOLINI

Pînă aici înțeleg. Dar spuneți-mi vă rog: cum se poate citi pe această figură lungimea traiectoriei parcurse pînă la un moment dat?

GALILEI

Foarte simplu: lungimea traiectoriei parcurse pînă la un moment arbitrar va fi dată de aria triunghiului mărginit de dreapta oblică a creșterii vitezelor, de axa timpului și de perpendiculara ridicată în punctul corespunzător al axei timpului.

D-NA NICCOLINI

Explicați-mi vă rog mai amănunțit, căci nu înțeleg.

GALILEI

Dacă viteza este constantă, atunci lungimea drumului parcurs este egală cu produsul dintre lungimea intervalului de timp și mărimea vitezei. Dacă intervalul de timp este reprezentat de un segment de dreaptă, iar viteza de un segment perpendicular pe acesta — lungimea traiectoriei parcurse este egală cu aria dreptunghiului determinat de aceste două segmente. Dacă însă viteza variază, situația devine ceva mai complicată, dar lungimea traiectoriei parcurse va fi dată și în acest caz de mărimea unei arii. Dacă, de exemplu, viteza rămîne un timp constantă ca apoi să se mărească brusc — lungimea drumului parcurs va fi egală cu valoarea sumei ariilor celor două dreptunghiuri. Dacă viteza se schimbă de multe ori în mod brusc deși rămîne constantă între două salturi, lungimea drumului parcurs va fi dată de suma ariilor tuturor dreptunghiurilor inegale. Iar dacă viteza crește mereu, și anume

în mod continuu și într-un ritm uniform, lugimea drumului parcurs va fi dată de valoarea ariei unui triunghi. Pentru a accepta acest lucru, trebuie să remarci doar atît: triunghiul este compus dintr-o infinitate de segmente drepte paralele între ele, adică se compune dintr-o infinitate de dreptunghiuri infinit de înguste.

D-NA NICCOLINI

Lucrul este într-adevăr uimitor. Deci despre asta va fi vorba în cartea dumneavoastră cu privire la matematica mișcării?

GALILEI

Despre asta și despre încă multe alte legi asemănătoare. La fel cum se poate calcula distanța la care se va afla piatra în cădere liberă se poate calcula și că o piatră aruncată într-o direcție oblică va parcurge o traiectorie parabolică și se poate determina, de asemenea, viteza ei, precum și punctul în care va atinge solul. Chestiunea este importantă nu numai din punct de vedere practic, ci și pentru motivul că pot arăta cu ajutorul acestui exemplu modul în care se compun diversele mișcări. De fapt, nici nu înțeleg cum de a fost posibil ca, din moment ce încă Ptolemeu a încercat să calculeze traiectoria aparentă a Soarelui și cu toate că mișcarea acestor corpuri cerești este urmărită an de an, să nu se fi găsit nimeni înaintea mea, poate cu excepția lui Arhimede (dar despre acest lucru nu posedăm nici o dată certă), care să fi examinat în mod temeinic ce se întîmplă cu o pietricică lăsată să cadă sau aruncată. Dar, chiar dacă mi s-ar intenta un nou proces de erezie, eu voi susține totuși că *aici, pe Pămînt, corpurile în mișcare se supun acelorași legi ca și sus în cer*!

D-NA NICCOLINI

De aici rezultă așadar că întregul univers este ca un uriaș mecanism de ceasornic în care mișcarea roților, de la cea mai mare la cea mai mică, poate fi determinată cu exactitate prin calcul!

GALILEI

Aceste regularități uimitoare alcătuiesc doar unul din capitolele cărții naturii! În natură se găsesc însă o mulțime de neregularități, de accidente și de evenimente întîmplătoare.

D-NA NICCOLINI

Cum adică?

GALILEI

N-ai decît să te gîndești la stelele noi, care apar din cînd în cînd, în mod neașteptat pe cer, așa cum s-a întîmplat acum 60 de ani; cîțiva ani strălucesc mai puternic pentru ca după aceea să dispară în neant, tot așa de neașteptat cum au apărut. Gîndește-te la petele solare care, rotindu-se de jur împrejur pe suprafața Soarelui, cresc și descresc totodată, apar, se învolburează și dispar rînd pe rînd. Universul nu se aseamănă întrutotul cu un mecanism de ceasornic, în multe privințe seamănă mai mult cu o femeie capricioasă, greu de înțeles.

D-NA NICCOLINI

Din ceea ce îmi spuneți dumneavoastră, după părerea mea ar rezulta că în cartea naturii se găsesc și capitole care nu sînt scrise în limba matematicii, deoarece, precum ați spus, sînt greu de înțeles.

GALILEI

Te-nșeli, doamnă; cu toate că eroarea dumitale este perfect inteligibilă. O descriere matematică a fenomenelor întîmplătoare se află încă în fașă, deși nu de mult am dat un exemplu, pentru a arăta posibilitatea unei asemenea descrieri.

D-NA NICCOLINI

Ce fel de exemplu?

GALILEI

Aruncarea zarurilor, acest joc de noroc străvechi, dar încă foarte popular. Dacă aruncăm cu un singur zar este cu totul întîmplător care față a zarului va cădea în sus. Fe-

țele zarului fiind marcate — după cum se obișnuiește — fiecare pe rînd cu un punct, cu două, trei, patru, cinci, șase puncte și dacă aruncînd zarul o singură dată, nu putem afirma decît că pe fața pe care va cădea în sus poate figura oricare din aceste numere. Aruncînd însă de mai multe ori zarul, vom fi în măsură să observăm o regularitate oarecare: notînd de fiecare dată numărul punctelor care au ieșit la diferitele aruncări, toate cele șase numere vor apărea de tot atîtea ori. Este însă și mai interesant dacă aruncăm două zaruri o dată și adunăm numerele punctelor care au ieșit la aruncat. La ce fel de regularitate ne putem aștepta atunci în privința acestei sume?

D-NA NICCOLINI

În orice caz e limpede că suma poate fi egală cu orice număr între 2 și 12.

GALILEI

Așa este. Dar aceste 11 cazuri posibile nu vor apărea cu aceeași frecvență. Cel mai frecvent va apărea suma egală cu 7, aproximativ în a 6-a parte a tuturor cazurilor, apoi suma egală cu 6 respectiv cu 8, fiecare în 5/36-imi din totalul cazurilor; suma egală cu 5 respectiv cu 9 în a 9-a parte a tuturor cazurilor, în timp ce suma de 4 va apărea în a 12-a parte din totalul cazurilor — la fel ca și suma egală cu 10; în a 18-a parte din totalul cazurilor va apărea suma de 3 respectiv 11, în timp ce suma egală cu 2, respectiv cu 12, va reprezenta numai a 36-a parte a tuturor cazurilor.

D-NA NICCOLINI

Asta sună foarte misterios. Care-i cauza acestei repartiții?

GALILEI

Este deosebit de simplu. *De exemplu, numărul 4, ca sumă, poate fi aruncat în trei feluri: fie în așa fel ca primul zar să arate 1 și al doilea 3, sau ca primul zar să arate 3 și al doilea 1, și, în fine, în așa fel încît ambele zaruri să arate 2.*

În schimb, suma 12 poate fi obținută numai într-un singur fel; și anume dacă ambele zaruri arată 6. Tocmai de aceea suma egală cu 4 va avea o frecvență de trei ori mai mare decît suma egală cu 12 (fig.7 și fig.8).

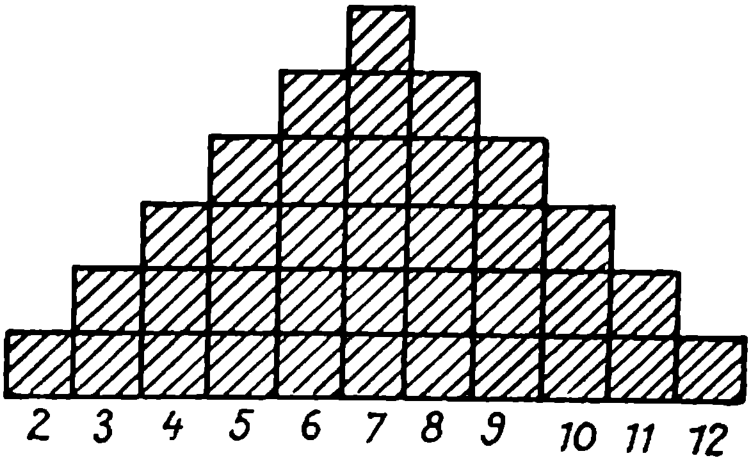


Fig. 7

2 =	1 + 1					
3 =	1 + 2	= 2 + 1				
4 =	1 + 3	= 2 + 2	= 3 + 1			
5 =	1 + 4	= 2 + 3	= 3 + 2	= 4 + 1		
6 =	1 + 5	= 2 + 4	= 3 + 3	= 4 + 2	= 5 + 1	
7 =	1 + 6	= 2 + 5	= 3 + 4	= 4 + 3	= 5 + 2	= 6 + 1
8 =		= 2 + 6	= 3 + 5	= 4 + 4	= 5 + 3	= 6 + 2
9 =			= 3 + 6	= 4 + 5	= 5 + 4	= 6 + 3
10 =				= 4 + 6	= 5 + 5	= 6 + 4
11 =					= 5 + 6	= 6 + 5
12 =						= 6 + 6

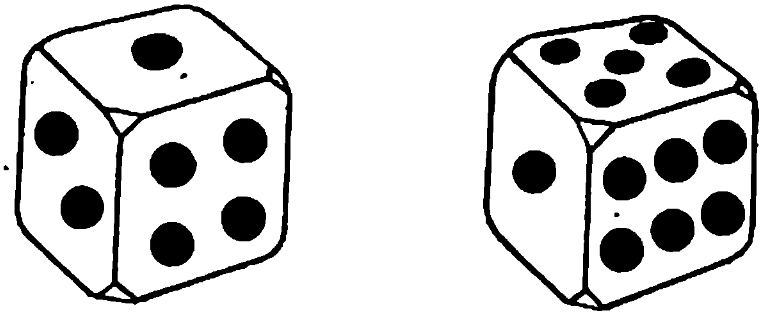


Fig. 8

D-NA NICCOLINI

Am să-ncerc o dată să aplic aceste reguli matematice ale întîmplării la o partidă de zaruri. Oare cunoscîndu-le aș putea cîștiga mulți bani?

GALILEI

Jocul este corect numai atunci cînd regulile sînt astfel stabilite, încît nici un jucător să nu se găsească într-o situaţie favorizată. Desigur, dacă regulile se stabilesc fără noimă, atunci unul din jucători poate cîştiga mult, dacă joacă un timp suficient de lung şi dacă are suficienţi bani să aştepte pînă ce legile întîmplării vor face să-i vină apa la moară.

D-NA NICOLLINI

N-aş fi crezut că matematica se ascunde chiar şi în jocurile de noroc. Cum se numeşte această ramură a matematicii?

GALILEI

Ea este atît de nouă, încît nu are încă un nume.

D-NA NICCOLINI

Cum de n-am auzit încă niciodată de ea?

GALILEI

Matematicienii, deprinşi numai cu conexiunile care au un caracter regulat şi exact, s-au temut să se ocupe cu fenomenele întîmplătoare, deoarece la prima vedere s-ar părea că aici nu creşte nici un fir de iarbă pentru ei. La aceasta a contribuit şi autoritatea lui Aristotel, după care obiectul matematicii este „ceea ce nu se schimbă“ Or, ce alt fenomen variabil poate fi mai capricios decît întîmplarea? Dar aici au acţionat şi prejudecăţi mult mai vechi: din timpuri străvechi fenomenele întîmplătoare — cum sînt aruncatul cu zarul, zborul păsărilor, liniile neregulate ale ficatului păsărilor de sacrificiu — au fost considerate ca o manifestare a voinţei divine şi toate acestea au umplut sufletul oamenilor de un fior mistic; era considerată un fel de act de blasfemie încercarea cuiva de a desluşi aceste fenomene cu ajutorul gîndirii umane. Or, omul este înzestrat cu mintea sa pentru ca s-o folosească.

D-NA NICCOLINI

Ceea ce-mi place mie în matematică (deşi nu ştiu mai mult decît m-aţi învăţat dumneavoastră) este facultatea ei de a face ca cele mai complicate lucruri să devină simple;

la lumina pe care o radiază matematica, multe lucruri înainte obscure și neinteligibile devin clare și cîștigă o limpezime de cristal.

GALILEI

Da, este adevărat. Dar trebuie să adaug că de foarte multe ori matematica ne arată tocmai contrariul; și anume că un lucru despre care am crezut înainte vreme că este simplu este de fapt foarte complicat.

D-NA NICCOLINI

• La ce vă gîndiți, domnule Galilei?

GALILEI

Am să dau doar un singur exemplu, foarte simplu. Să scriem pe o hîrtie pe rînd numerele, începînd cu 0. Să ne-nchipuim acum că acest șir de numere continuă pînă la infinit. Să subliniem acum numerele pătrate ale acestui șir. Vezi, cum avansăm în șirul numerelor — numere pătrate apar din ce în ce mai rar: distanța dintre ele devine din ce în ce mai mare.

D-NA NICCOLINI

Într-adevăr, distanțele sînt 1, 3, 5, 7,...; tocmai numerele impare.

GALILEI

La fel ca și segmentele parcurse, în intervale egale de timp, de piatra care cade. Dar acum nu este vorba de asta. Ne interesează doar faptul că numerele pătrate sînt rare: dacă afirm că există mai puține numere pătrate decît totalitatea tuturor numerelor — spun oare adevărul?

D-NA NICCOLINI

Fără îndoială.

GALILEI

Mai fă acum următoarele. Scrie șirul numerelor întregi și scrie sub fiecare pătratul său. Oare nu sînt în al doilea rînd numai numere pătrate care apar fiecare numai o singură dată?

D-NA NICCOLINI

Așa este.

GALILEI

Sub fiecare număr stă alt număr; astfel încît nu încape nici o îndoială că în rîndul al doilea se găsesc tot atîtea numere ca și în cel de deasupra lui. Tot mai susții acum că sînt mai puține numere pătrate decît totalitatea tuturor numerelor? Se pare că ne-am înșelat afirmînd că numerele pătrate sînt mai puține decît numerele întregi, în general.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121					

D-NA NICCOLINI

M-ați încurcat cu totul cu acest exemplu. Ce învățătură se poate trage de aici?

GALILEI

Că ceea ce este valabil pentru finit — de exemplu, partea este mai mică decît întregul — nu este neapărat valabil și pentru infinit. De fapt, acest lucru a fost remarcat încă de Zenon: gîndește-te numai la paradoxul Stadionului construit de dînsul. El a observat de fapt următoarele: fiind dat un triunghi ABC (fig. 9) să unim mijloacele B' și C' ale laturilor incidente în vîrful A; segmentul $B'C'$ va fi paralel cu baza BC avînd însă doar jumătate din lungimea bazei; totuși punctele segmentului $B'C'$ pot fi proiectate din vîrful A ca centru pe segmentul BC în așa fel încît fiecărui punct al segmentului $B'C'$ îi va corespunde cîte un punct al segmentului BC (de exemplu, punctului P' îi va corespunde punctul P) și invers; de unde rezultă că segmentul $B'C'$ (și în consecință și segmentul BA' unde A' este mijlocul segmentului BC) are tot atîtea puncte ca și segmentul BC de două ori atît de lung. A omis doar să observe că această situație paradoxală apare și în privința numerelor.

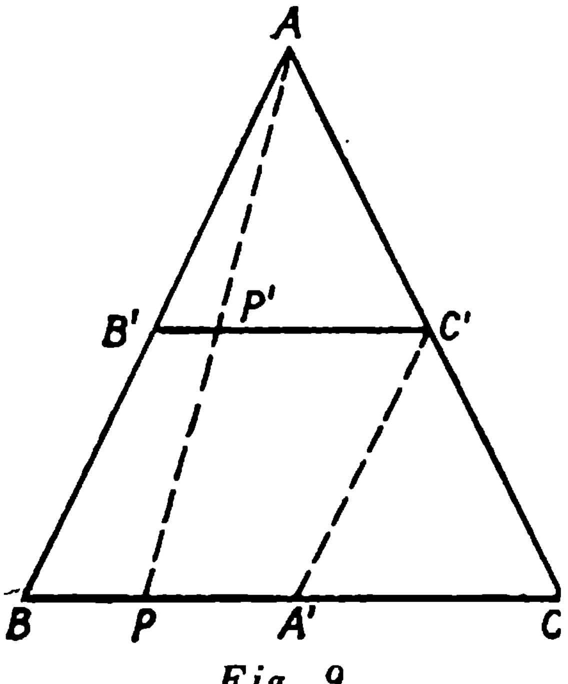


Fig. 9

D-NA NICCOLINI

Cu acelaşi raţionament s-ar putea arăta, de asemenea, că numerele pare sînt tot atîtea cîte sînt şi numerele întregi, cu toate că numai fiecare al doilea număr este par.

GALILEI

Văd că-nţelegi într-adevăr ce am spus. Căci numai atunci cînd cineva a înţeles un lucru cu adevărat, este capabil să-i dea o formă nouă, să-l modifice pentru scopuri proprii, într-un cuvînt să reproducă actul creaţiei.

D-NA NICCOLINI

Într-adevăr aşa este. Nu poţi fi o bucătăreasă bună dacă ştii să găteşti numai cu ajutorul unor reţete. O adevărată bucătăreasă are curajul să se abată de la prescripţiile reţetei, mai adaugă sau mai omite anumite condimente — în aşa măsură, încît acelaşi fel de mîncare să fie gătit de fiecare dată în alt chip.

GALILEI

Cu alte cuvinte, o adevărată bucătăreasă face experienţe ca şi un cercetător al naturii. Faţă de acesta din urmă însă, mai beneficiază şi de o împrejurare fericită, şi anume nu trebuie să se teamă că va fi declarată eretică.

D-NA NICCOLINI

Mi-aţi spus atîtea lucruri interesante, domnule Galilei, încît nici nu mi-am dat seama că între timp s-a făcut seară. A venit, cred, momentul să vă duceţi să vă odihniţi. Îmi pare rău că v-am reţinut atît timp, v-am obosit prea mult, obligîndu-vă să-mi daţi explicaţii.

GALILEI

De loc; discuţia mi-a făcut o deosebită plăcere, mai ales că în acest timp mi-ai ajutat să uit de proces.

D-NA NICCOLINI

Dacă nu sînteţi preocupat mereu de procesul dumneavoastră, nu poate decît să vă facă bine.

GALILEI

Crezi dumneata că nu știu de ce mă tot iscodești cu probleme de matematică? Ca să-mi abați atenția de la grijile care mă apasă!

D-NA NICCOLINI

Sper că nu vă supărați pentru asta! Vă rog să mă credeți — deși am și asemenea gînduri secrete — că aceste chestiuni mă interesează cu adevărat. De altfel, mi se pare că domnul Galilei știe să citească, dacă vrea, și în sufletul omului nu numai în cartea naturii. Nu înțeleg însă, de ce nu aplicați această știință a dumneavoastră pentru a vă scăpa de dușmani; ați putea să vă apărați mult mai bine și le-ați atenua îndîrjirea.

GALILEI

Pentru mine este tot atît de plăcut să citesc în sufletul dumitale angelic, pe cît de mult îmi place să pîndesc secretele naturii. Nu am însă obiceiul să citesc în sufletul dușmanilor mei.

D-NA NICCOLINI

Dacă v-ați învinge totuși repulsia și v-ați hotărî o dată s-o faceți, poate că v-ați schimba atunci părerea despre planul acestor tineri entuziaști al căror mesager a fost Toricelli.

GALILEI

Cum? Și dumneata mă sfătuiești să dau bir cu fugiții? Crezi că ar fi trebuit să accept să mă răpească?

D-NA NICCOLINI

Nu vă pot răspunde cu un „da“ categoric fiindcă nu-mi dau seama cît de real este planul, și dacă într-adevăr ar reuși înfăptuirea lui. În locul dumneavoastră, domnule Galilei, eu aș fi încercat să aflu înainte de toate dacă planul este realizabil (lucru de care eu, din nefericire, nu sînt de loc convinsă). Dacă poate fi înfăptuit, ar trebui tradus în viață. Eu n-am vrut să intervin în discuție, dar acum,

de vreme ce m-aţi întrebat, am fost nevoită să vă spun părerea mea.

GALILEI

Deci nu ai nici dumneata încredere că, în cele din urmă, voi ieşi biruitor?

D-NA NICCOLINI

Aţi spus chiar dumneavoastră că nu aveţi încredere decît în forţa adevărului. Sînt de acord cu dumneavoastră că mai repede sau mai tîrziu adevărul va învinge. Dar nu sînt convinsă că noi vom mai apuca victoria lui. Aţi spus că acuzaţiile aduse sînt lipsite de temei şi că nu pot fi dovedite. În această privinţă am impresia că aţi căzut victima unei erori, închipuindu-vă că inchiziţia are faţă de probele doveditoare exigenţele înalte pe care le-a introdus domnul Galilei în domeniul ştiinţei. Dar să lăsăm toate acestea; poate că am vedenii. Acum însă ar fi într-adevăr timpul să vă culcaţi. Sper că veţi dormi şi de astă dată tot atît de bine ca şi noaptea trecută.

GALILEI

Noaptea trecută visam că stau în fotoliul meu în faţa ferestrei din camera mea, cînd deodată camera începe să se ridice; se ridică, se ridică, din ce în ce mai sus, dincolo de nori, afară în neant. Nu poţi să-ţi dai seama ce senzaţie minunată a fost să priveşti de departe Pămîntul care se micşorează vertiginos şi străluceşte în razele Soarelui ca o Lună. Să vezi cum se mişcă, cum avansează pe orbita sa în jurul Soarelui şi cum se învîrteşte, de asemenea, şi în jurul propriei sale axe. Am fost fericit ca niciodată în viaţă: vedeam cu ochii mei cum se mişca Pămîntul! Mi-am scos luneta cu care am examinat pînă acum cerul de aici de pe Pămînt şi am privit Pămîntul de acolo din cer; am îndreptat instrumentul asupra Romei. Luneta era foarte bună — mult mai bună decît cele pe care am reuşit eu să le fac vreodată — astfel încît am izbutit să desluşesc chiar feţele oamenilor. Închipuieşte-ţi, i-am văzut pe Inchofer şi pe Pasqualigo, aceşti doi măgari cu sufletele întunecate, care se plimbau pe malul Tibrului discutînd cu aprindere.

Am învîrtit puţin luneta şi în mod miraculos am auzit ce spuneau: vorbeau despre mişcarea Pămîntului şi, întrecîndu-se unul pe celălalt, încercau să demonstreze că aceasta este o învăţătură eretică, eronată. Şi, între timp, Pămîntul — fără să bage în seamă pălăvrăgeala lor — avansa maiestuos pe orbita sa rotindu-se totodată în jurul axei proprii, purtînd cu sine pe cei doi care continuau să mă vorbească de rău pe mine şi pe Copernic! Totul era atît de ridicol că m-a pufnit rîsul — şi am rîs de m-au năpădit lacrimile, am rîs atît de puternic pînă ce m-am trezit.

D-NA NICCOLINI

Frumos vis, n-am ce zice. Cel mai frumos ar fi să visezi o eră în care copiii ar învăţa la şcoală că Pămîntul se învîrteşte în jurul Soarelui.

GALILEI

Visez de multe ori despre această eră şi sînt sigur că nu peste mult va şi sosi. Progresul ştiinţei nu poate fi oprit, deşi cred că traiectoria progresului nu va fi niciodată o linie dreaptă, fără obstacole. Ea seamănă mai degrabă cu spirala întortocheată pe care se tîrăşte în sus viţa-de-vie. Deoarece ştiinţa este făurită de oameni — ideile noi vor avea de luptat şi în viitor cu cele vechi. Dar mai devreme sau mai tîrziu adevărul îşi va croi drumul său ca şi planta care răsare printre stînci. Şi atunci se vor limpezi multe lucruri care se mai află învăluite în mister. Cîteodată însă mă-ngrijorez întrebîndu-mă ce va face omenirea cu aceste cunoştinţe? Vor fi oare oamenii mai fericiţi în vremurile viitoare? În tinereţea mea credeam cu naivitate că cel ce se ocupă cu ştiinţa este în mod necesar un om bun. În privinţa aceasta m-am înşelat amarnic. Oare va fi alta situaţia în epocile viitoare la care visez? Nu vor avea oare şi aceste epoci propriile lor dogme şi prejudecăţi? Nu vor exista şi atunci oameni netalentaţi, pizmuitori, intriganţi şi mînaţi de ură? Nu vor mai încerca în zilele acelea indivizi josnici să murdărească cu calomniile lor pe cei oneşti? Oare nu vor mai exista şi atunci viermi dăunători pe pomul ştiinţei?

D-NA NICCOLINI

Într-adevăr, dacă ne gîndim la viitor trebuie să dorim și să sperăm că omenirea nu se va dezvolta numai pe tărîmul științei — ci și în privința omeniei! Sînt convinsă că în generațiile ce vor urma după noi, se vor găsi mereu oameni care să-și sacrifice viața pentru ca era după care tînjim să se înfăptuiască. Și privind înapoi spre epoca noastră, aceștia vor vedea că Galileo Galilei s-a ridicat cu două capete deasupra contemporanilor săi și vor declara cu mîndrie că sînt elevii lui, continuatorii operei sale și moștenitorii viselor sale...

Postfață

Un autor optimist nu-și scrie prefață la propria sa lucrare, deoarece crede că ea vorbește pntru sine și este convins că cititorii o vor înțelege chiar și fără explicații suplimentare. Cu toate că sînt efectiv ferm convins de aceasta, totuși simt că în cazul de față este nevoie — chiar dacă nu de o prefață — măcar de anumite explicații ulterioare despre intențiile autorului, precum și despre motivele care l-au determinat să-și aleagă un anumit gen literar, și apoi despre mobilurile care l-au călăuzit în timpul elaborării. Am considerat că forma neobișnuită a genului ales, precum și modul — adesea nou — în care a fost utilizat necesită anumite explicații, dacă nu pentru altceva, cel puțin pentru a evita eventuale interpretări greșite.

Formulez aceste observații abia într-o postfață, deoarece aș dori ca cititorul să le parcurgă abia după citirea dialogurilor.

În țara noastră crește în fiecare an interesul pentru matematică și pentru aplicațiile ei — și este din ce în ce mai mare numărul acelora care vor să-și însușească cunoștințe de matematică. Participînd la propagarea cunoștințelor menite să satisfacă aceste cerințe, am constatat că există un interes social nu numai pentru însușirea cunoștințelor de matematică cu caracter tehnic; pe foarte mulți îi interesează asemenea cunoștințe concrete sau — poate chiar mai presus de ele — să găsească răspuns la întrebarea: ce este de fapt matematica, în ce constă metoda ei specifică, în ce raport se află ea față de celelalte științe și ce poate ea oferi acelora care lucrează în alte domenii de specialitate. Mulți oameni nu așteaptă de la conferințele de răs-

pîndirea cunoştinţelor matematice însuşirea unor procese determinate de calcul, ci doresc mai ales să-şi îmbogăţească pe această cale cultura lor generală, să-şi lărgească orizontul. Dar chiar şi cei care au nevoie de metode matematice în munca lor de toate zilele, chiar şi aceştia ar dori să vadă în general la ce se pot aştepta de la matematică, înainte de a lua asupra lor povara de a se adînci în studiul uneia din ramurile ei concrete.

De asemenea, am mai constatat adesea în decursul muncii mele că, în privinţa fundamentalelor probleme de principiu privind matematica şi aplicaţiile ei, circulă multe păreri eronate şi deformate, şi anume nu numai în rîndurile celor care sînt departe de domeniile matematicii, dar şi în cercul acelora care, prin preocupările lor, sînt mai mult sau mai puţin iniţiaţi în una sau alta din ramurile matematicii. Lucrul nu este de mirare, deoarece tocmai cei care sînt înclinaţi să facă generalizări eronate dispun de anumite cunoştinţe faptice, dar nu au un orizont suficient de larg. Problemele de principiu ale matematicii şi ale aplicaţiilor ei constituie adesea şi în rîndul matematicienilor obiectul unor discuţii, fapt care conferă o deosebită actualitate clarificării lor teoretice.

Toate aceste cauze m-au dus la convingerea că este de mare actualitate trecerea în revistă a problemelor de principiu ale matematicii şi ale aplicaţiilor ei într-o formă accesibilă, care să le trateze totuşi în toată profunzimea lor reală... Dar nu este o sarcină uşoară să vorbeşti în mod accesibil despre aceste chestiuni abstracte adresîndu-te unor cercuri largi. Am căutat deci modalitatea cea mai adecvată de a aduce această temă abstractă mai aproape de cei interesaţi. Această tendinţă m-a condus la ideea de a face o încercare sub forma dialogului socratic, deoarece acest dialog este dialectic nu numai în formă, dar şi în conţinutul său, prezentînd ideile pe măsură ce apar şi se dezvoltă. Acest gen izbuteşte oarecum să dramatizeze conţinutul şi astfel ţine atenţia trează, înlesnind asimilarea problemelor.

Pentru primul meu dialog am ales întrebarea: „Ce este matematica?" Consider importantă discutarea acestei chestiuni, între altele şi pentru că învăţămîntul nostru şcolar se mai găseşte şi astăzi departe de a oferi o imagine corectă

cuprinzătoare și modernă despre matematici. Pe cît am putut m-am străduit să imit în acest dialog metoda, ba chiar și limbajul dialogurilor socratice. L-am pus pe însuși Socrate în rolul principal, marcînd prin aceasta că discuția are loc în epoca în care s-a născut matematica, în sensul actual al cuvîntului. Astfel am posibilitatea să prezint aici matematica oarecum *in statu nascendi*. Socrate aplica în dialoguri procedeul său obișnuit: discuții și întrebări care conduc la soluție. Ține de însăși esența dialogurilor de tip socratic ca în cadrul lor să nu se înfrunte doi adversari, ci ca interlocutorii să încerce o armonizare a părerilor pe baza cunoștințelor lor și pe baza unei analize logice a conceptelor luate în discuție — ajungîndu-se astfel la o poziție corectă pe cale treptat progresivă, în mai multe etape. De asemenea, este specifică acestui gen formularea unor aserțiuni în cursul discuției — cîteodată într-o formă deosebit de categorică — afirmații despre care partenerii de discuție descoperă pe parcurs că ele au fost incorecte și ca atare le modifică sau le înlătură complet. Dintr-un asemenea dialog se pot rupe așadar întotdeauna propoziții care afirmă exact opusul concluziei finale a dialogului. De aceea, orice dialog socratic constituie un întreg organic și adevăratul său conținut nu poate fi înțeles decît de către acela care îl citește în întregime. Tocmai datorită acestor particularități dialogul socratic este atît de viu și plin de sevă. De aceea forma sa este atît de adecvată pentru o tratare accesibilă a chestiunilor abstracte.

Mai există un motiv care m-a determinat să aleg această formă: sînt convins (ceea ce am exprimat de altfel și în concluziile lui Socrate) că privind esența ei, metoda socratică este într-o strînsă legătură cu metoda matematică. Această convingere mi-a fost întărită într-o mare măsură de rezultatele fundamentale ale lui Árpad Szabó obținute în domeniul istoriei matematicii, rezultate care au pus într-o lumină cu totul nouă apariția matematicii grecești.

Primul dialog a fost citit pentru prima dată în 1961 în fața Societății pentru Răspîndirea Cunoștințelor Științifice și a apărut în nr. 3, 1962, pp. 40—56 al revistei „Valóság" (Realitatea). Dialogul a mai fost citit în 1962 la Institutul ungar de la Paris și a apărut în „Les Cahiers Rationalistes", nr. 208—209, pp. 4—32.

I-am mai dat citire şi la conferinţa fizicienilor canadieni la Edmont şi a apărut în limba engleză în „Canadian Mathematical Bulletin“, nr.3, 1964, pp. 441—462, precum şi în „Physics Today“, nr. 17, 1964, pp. 24—36.

Ecoul favorabil de care s-a bucurat primul dialog atît în ţară, cît şi în străinătate şi pe deasupra atît în cercul matematicienilor, cît şi în rîndurile nematematicienilor m-a încurajat să continui experienţele cu genul dialogat. Deoarece în primul dialog relaţia dintre matematică şi realitate a fost discutată doar în linii mari, pe plan principial, filozofic, am vrut să pun în centrul următorului dialog discutarea amănunţită a problemelor legate de aplicaţiile matematicii. Mi s-a părut firesc să-l pun pe Arhimede în rolul principal al dialogului, el fiind primul „matematician aplicativ“ al cărui nume este indisolubil legat de aplicarea în practică a matematicii. Acest dialog a apărut în limba engleză în „Ontario Mathematics Gazette“, nr. 2, 1964, pp. 28—40. Limitele impuse de cadrul istoric nu mi-au îngăduit însă să concentrez aici tot ceea ce am dorit să spun despre această problemă multivalentă. Astfel a ieşit la iveală al treilea dialog în care rolul principal este încredinţat lui Galilei, el fiind în epoca modernă primul care a recunoscut şi susţinut cu mare forţă de convingere importanţa decisivă a metodei matematice în cunoaşterea naturii. (Acest dialog a fost citit la Cercul Joliot-Curie al Institutului central de cercetări fizice.) Ultimele două dialoguri se întregesc aşadar reciproc şi totodată formează continuarea organică a primului dialog. Diferă însă de primul în mod esenţial, în privinţa formei, Arhimede şi Galilei nu urmează, fireşte, metoda lui Socrate: în general ei răspund singuri la întrebările puse, în loc să-şi conducă, cu ajutorul întrebărilor, partenerul, ca acesta să ghicească singur ceea ce vor să spună. De aceea în aceste dialoguri a trebuit să renunţ la unul din principalele resorturi care producea tensiunea internă a dialogului socratic: această lipsă este contrabalansată prin tensiunea încordată a situaţiilor istorice decisive în mijlocul cărora se desfăşoară convorbirile, dinamica acestor evenimente fiind în mod indisolubil legată de problemele principale care constituie obiectul discuţiei şi în acest fel contribuie la amplificarea tensiunii generate de specificul lor dialectic. În ceea ce priveşte

sfera problemelor de matematică tratate în dialoguri,— prezența lui Arhimede și Galilei a creat posibilitatea introducerii unui număr mult mai mare de concepte și rezultate concrete în ultimele două dialoguri decît în primul; acestea sînt însă, desigur, mai ales concepte și rezultate care constituie descoperiri personale ale lui Arhimede, respectiv — ale lui Galilei; ultimele două dialoguri conțin o parte însemnată a acestora din urmă.

Aici trebuie să mai spun cîteva cuvinte în privința felului cum am înțeles să rezolv problema fidelității istorice. În toate dialogurile m-am străduit să păstrez fidelitatea istorică și să evit anacronisme; astfel, înainte de toate m-am străduit să nu atribui personajelor mele nici în matematică, și nici în alte domenii, cunoștințe concrete de care aceștia nu dispuneau în realitate. Deoarece însă atît Arhimede cît și Galilei au fost deschizători de drumuri și nu numai că au depășit cu mult propria lor epocă, dar — privite cu ochii de astăzi — concepția și viziunea lor erau în esență moderne, condiția fidelității istorice nu m-a împiedicat ca, în privința problemelor de principiu, să spun tot ce am vrut. Cu privire la utilizarea exemplelor matematice, condiția impusă de fidelitate față de realitatea istorică m-a obligat desigur să rămîn în cea mai mare parte în sfera matematicii elementare, respectiv am putut avansa în domeniul matematicii infinitezimale numai pînă acolo unde au ajuns Arhimede și Galilei — care au fost precursori și pe acest tărîm. Condiția impusă prezintă însă și avantajul de a mă fi împiedicat, în vederea ilustrării conținutului principal al dialogurilor, să încarc expunerea cu exemple ce ar părea ușoare pentru un matematician, dar sînt prea dificile pentru un neinițiat.

Atitudinea mea față de fidelitatea istorică nu este totuși atît de rigidă încît să nu fi atribuit personajelor mele decît asemenea cunoștințe și păreri de care ei dispuneau în baza documentelor existente, ci le-am atribuit și asemenea idei despre care se poate presupune, chiar dacă nu se poate dovedi că le-au avut; am procedat așa mai ales în legătură cu ideile care sînt o consecință atît de evidentă și de imediată a rezultatelor ce se leagă tocmai de numele lui Arhimede și Galilei, încît este de-a dreptul probabil că aceste idei au apărut în capul lor (deși nu a rămas despre ele nici

o urmă). În acele cazuri însă, în care documentele atestă că au avut o viziune neclară sau de-a dreptul greşită, cerinţa fidelităţii istorice a cerut să le prezint în mod deschis. Astfel, de exemplu, ştim că Galilei a crezut că planetele se mişcă în jurul Soarelui pe orbite circulare şi nu şi-a dat seama că forţa de gravitaţie este acea care menţine planetele pe orbitele lor circumsolare; în mod corespunzător vorbeşte şi Galilei în dialogul meu.

Pe de altă parte însă, consider ca fiind perfect compatibile cu cerinţa fidelităţii istorice asemenea ipoteze temerare, cum ar fi de pildă acea că Arhimede a ajuns la enunţarea unora dintre principiile ciberneticii şi că a proiectat o maşină care selecţionează numerele prime[1] sau că, în 1633, în timpul procesului său, recitind dialogul despre cele două sisteme ale lumii, în capul lui Galilei ar fi încolţit îndoieli în privinţa corectitudinii explicaţiei—eronate — date de el pentru fenomenul mareelor. Nu am putut susţine aceste ipoteze cu nici un document şi stă departe de mine intenţia de a considera aceste ipoteze ca fiind fundamentate din punctul de vedere al ştiinţei istorice; afirm doar că ne putem închipui că ipotezele puse sînt adevărate şi că pe baza documentelor ce ne stau la dispoziţie, combaterea lor este tot atît de puţin posibilă ca şi demonstrarea lor. Am considerat însă că „licenţa poetică" permite utilizarea unor asemenea ipoteze. Aceleaşi observaţii se referă şi la evenimentele istorice care alcătuiesc cadrul celui de-al doilea şi al treilea dialog. Atît în privinţa asediului Siracuzei, cît şi în privinţa procesului lui Galilei am ţinut să rămîn fidel, în toate punctele esenţiale, faptelor istorice. (Unicul punct în care m-am abătut — în mod conştient — de la datele istorice este următorul: în al doilea dialog apărarea Siracuzei este condusă în 212 î.e.n. de către regele Hieron, cînd în realitate el a murit cu trei ani înainte.) În ambele dialoguri joacă un rol evenimente ipotetice despre care nu ştim dacă au avut loc, dar care nu este imposibil să fi avut loc în realitate. Această observaţie se referă, de exemplu, la planul de evadare al lui Galilei: nu avem nici un document din care să

[1] O asemenea instalaţie a fost descrisă pentru prima dată de Lehmer; vezi D. H. Lehmer, *A photoelectric number sive*, „Amer. Math Monthly", 1933, pp. 401—406.

rezulte că Toricelli și tinerii ce se numesc pe ei înșiși galileiști ar fi fost preocupați de un asemenea plan, dar este de închipuit că o asemenea intenție a existat. În altă privință însă am avut posibilitatea să rămîn în așa măsură fidel documentelor istorice, încît să pot atribui personajelor mele fraze care coincid aproape textual cu afirmațiile lor păstrate, fie în propriile lor opere, fie în mărturii de-ale contemporanilor: aceasta este situația în privința unora dintre afirmațiile lui Socrate, precum și în privința afirmațiilor lui Arhimede în legătură cu metoda, sau cu privire la ceea ce spune Galilei referitor la limba în care este scrisă cartea naturii. (Asemenea pasaje sînt tipărite cu caractere cursive.) M-am străduit, de asemenea, ca pe cît a fost posibil să retrăiesc și situațiile istorice date și să prezint personalitatea eroilor mei în concordanță cu documentele care-mi stau la dispoziție în această privință. Pentru dialogul referitor la Galilei mi-a fost de mare ajutor drama lui Laszlo Nemeth despre Galilei: ideea de a-l introduce pe Toricelli și pe d-na Niccolini mi-a fost sugerată de această dramă.

Anexez și o bibliografie în intenția acelora care ar dori să se informeze mai amănunțit cu privire la problemele de istoria științei ridicate în dialoguri. Această bibliografie nu are pretenția de a fi completă; am citat numai acele lucrări pe care le-am socotit deosebit de utile în timpul documentării mele în vederea elaborării dialogurilor.

Iată ceea ce am considerat necesar să spun în privința intențiilor și a criteriilor care m-au condus la scrierea acestor dialoguri. Cititorul va judeca în ce măsură am reușit să mă apropii de scopurile pe care mi le-am propus.

ALFRED RÉNYI

Bibliografie

Pentru Dialogul I

Platon, *Oeuvres complètes*, I—II, traducere de Léon Robin, Coll. Pléiads, Gallimerd, Paris, 1950.

Szabo Arpad, *Hogyan lett a matematika deduktiv tudománnyá* (Cum a devenit matematica o știință deductivă), I, în „Matematikai Lapok", 8, 1957, pp. 8—36.

Idem, *A görög matematika definiciós-axiomatikus alapjai* (Fundamentele axiomatice-definitorii ale matematicii grecești), în „Matematikai Lapok", 10, 1959, pp. 72—121.

Idem, *Der älteste Versuch einer definitorisch-axiomatischen Grundlegung der Mathematik*, în „Osiris", 14, 1962, pp. 308—369.

Pentru Dialogul II

Heath T. L., *The works of Archimedes with the method of Archimedes*, Dover, New York, 1960.

Idem, *A manual of greek mathematic*, Dover, New York, 1963.

Plutarh, *Vieți paralele*, traducere, notițe istorice și note de prof. N.I. Barbu, vol. II, Editura Științifică, București, 1963.

Clagett, M., *Greek Science in Antiquity*, Collier, New York, 1955.

Pentru Dialogul III

Galilei, G., *Dialog despre cele două sisteme principale ale lumii, ptolemeic și copernician*, Editura Științifică, București, 1962.

Drake, S., *Discoveries and opinions of Galileo*, Doubleday, New York, 1957.

Galilei, G., *Two new sciences*, Dover, New York, 1961.

Geymonat, L., *Galileo Galilei*, Gondolat, Budapesta, 1961.

Santillana, G., *The crime of Galileo*, Mercury, London, 1961.

Armitage, A., *The world of Copernicus*, Signet Science Library, New York, 1947.

Galileo Galilei, 1564—1964, în „Voprosî istorii estestvoznania i tehniki", 16, 1954, „Nauka", Moskva.

Tabla de materii

	Pag.
Despre autor	5
I	
Dialog despre matematică	8
II	
Dialog despre aplicațiile matematicii	48
III	
Limba în care este scrisă cartea naturii	72
Postfață	115
Bibliografie	123

Redactor resp. de carte : MARIA BORICEAN
Tehnoredactor : FLORICA WEIDLE

Dat la cules 07.01.1967. Bun de tipar 14.03.1967. Tiraj 10.000 + 140 ex. Hîrtie scris II A 63 g/m². Format 80×100/32 coli editoriale 6,41. Coli de tipar 4,00 + 3 colițe A. 19 587. Indici de clasificare zecimală : pentru bibliotecile mari 51, pentru bibliotecile mici 51.

Tiparul executat cub comanda nr. 70 050 la Combinatul Poligrafic „Casa Scînteii", Piața Scînteii Nr. 1, București
Republica Socialistă România

Lei 4,25

editura ştiinţifică

Cartea de faţă conţine trei dialoguri, protagonistul fiecăruia fiind cîte-o personalitate proeminentă a istoriei ştiinţei. Astfel, în primul dialog, rolul principal îl deţine Socrate, în al doilea Arhimede, iar în al treilea Galilei

Într-o formă literară uşor accesibilă, autorul îşi conduce cititorii în miezul celor mai importante probleme ale filozofiei matematicii, încercînd să răspundă la întrebările: ce este matematica, care este obiectul şi importanţa ei, ce relaţie este între matematică şi aplicaţiile sale, cum contribuie metodele matematice la cunoaşterea legilor naturii.

Cititorul participă alături de autor la elaborarea soluţiilor, urmărind toate peripeţiile dialecticii gîndirii în plină desfăşurare.